



Vinícius Martins Ribeiro

PROPOSTA PARA VERIFICAÇÃO DE CONSOLOS CURTOS DE CONCRETO ARMADO COM ARMADURA DE COSTURA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Instituto de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Dissertação orientada pelo Professor Dênio Ramam Carvalho de
Oliveira

Belém – Pará – Brasil

2024



Vinícius Martins Ribeiro

**Proposta para verificação de consolos curtos de concreto
armado com armadura de costura**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia civil da Universidade Federal do Pará, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre.

Orientador: Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira

Belém – Pará – Brasil

2024

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a)
autor(a)

R484p RIBEIRO, VINICIUS.
PROPOSTA PARA VERIFICAÇÃO DE CONSOLOS
CURTOS DE CONCRETO ARMADO COM ARMADURA DE
COSTURA / VINICIUS RIBEIRO. — 2024.
xviii,107 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de
Oliveira
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará,
Instituto de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Civil, Belém, 2024.

1. Consolos curtos. 2. Armadura de costura. 3.
Análise numérica. 4. Análise estatística. I. Título.

CDD 620.137



PROPOSTA PARA VERIFICAÇÃO DE CONSOLOS CURTOS DE CONCRETO ARMADO COM ARMADURA DE COSTURA

AUTOR:

VINICIUS MARTINS RIBEIRO

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À BANCA
EXAMINADORA APROVADA PELO COLEGIADO DO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA CIVIL DO INSTITUTO DE
TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO
PARÁ, COMO REQUISITO PARA OBTENÇÃO DO
GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL NA
ÁREA DE ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.

APROVADO EM: 11 / 04 / 2024.

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira
Orientador (UFPA)

Documento assinado digitalmente
gov.br
JAMES CLEITON ALVES DE OLIVEIRA
Data: 20/08/2024 09:43:56-0300
Verifique em <https://validar.itd.gov.br>

Prof. Dr. Janes Cleiton Alves de Oliveira
Membro Externo (UFG)

Documento assinado digitalmente
gov.br
BERNARDO NUNES DE MORAES NETO
Data: 09/08/2024 09:23:45-0300
Verifique em <https://validar.itd.gov.br>

Prof. Dr. Bernardo Nunes de Moraes Neto
Membro Externo (UFPA)

Documento assinado digitalmente
gov.br
EDILSON MORAIS LIMA E SILVA
Data: 22/06/2024 09:29:45-0300
Verifique em <https://validar.itd.gov.br>

Prof. Dr. Edilson Moraes Lima e Silva
Membro Interno (UFPA)

Visto:

Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira
Coordenador do PPGEC / ITEC / UFPA

Dedico este trabalho aos meus pais:
Ana Maria Martins de Oliveira e José
Conceição Lopes Ribeiro. Às minhas
irmãs: Iasmin Martins Ribeiro e Jana
Sandrelly Oliveira Ribeiro, que
cuidaram de mim nos vários
momentos de dor. E à minha avó:
Maria Tereza Martins Lima (*in
memorian*)

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, professor Dênio Ramam Carvalho de Oliveira, pela contribuição na forma de ensinamentos, correções e incentivo em canalizar e manter esforços às etapas mais importantes, tanto na pesquisa, quanto na vida.

Ao professor Bernardo Nunes Moraes Neto pelos ensinamentos científicos aprofundados no tocante aos elementos de Estruturas especiais, Teoria da elasticidade, correções no trabalho de conclusão e por ser exemplo na pesquisa.

Aos amigos e colegas que contribuíram direta ou indiretamente para o aperfeiçoamento e continuidade da jornada acadêmica: M.sc. Saymo Peixoto, M.sc. Flávio Barrionuevo, M.sc. Eloísa Azevedo, D.sc. Natasha Costa e Sanny Assis.

Aos grandes amigos da V.A. Engenharia pelo auxílio profissional, intelectual e moral: Eng. Cledimar Silva, Arq. Conceição Miléo, Eng. Marcus Sampaio e Eng. Gabriel Rodrigues.

RIBEIRO, Vinícius M. **Proposta para verificação de consolos curtos de concreto armado com armadura de costura.** Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal do Pará, Belém, Pará, Brasil, 2024.

RESUMO

Este trabalho aborda propostas de previsão da força resistente baseadas no método de bielas e tirantes (MBT) e no método empírico e estatístico (MEE) em consolos curtos de concreto armado com armadura de costura, com relação entre distância de aplicação de carga e altura útil (a/d) no intervalo entre 0,5 e 1. As recomendações técnicas existentes não consideram, entretanto, a contribuição desse tipo de armadura para o aumento da capacidade total da peça, tornando este um estudo importante para o entendimento da utilização das barras citadas além de um elemento de controle de fissuração. Para isso, primeiramente foram analisados e separados os modos de ruptura de 191 amostras coletadas da literatura e elencadas em uma base de dados. Depois, foi proposto um modelo de vetores baseado no MBT e um fator de modificação da resistência à compressão do concreto, ambos para compor uma equação para cada modo de ruptura. Em seguida, foram propostas equações baseadas no MEE através de sucessivas iterações entre parâmetros mecânicos e geométricos para elaboração do segundo método de previsão de carga máxima. A validação das sugestões de cálculo foi realizada mediante a aplicação em peças ensaiadas por outros autores, modelagem computacional de um estudo de caso e as prescrições normativas do ACI 318 (ACI, 2019), Eurocode 2(CEN, 2004), NBR 6118 (ABNT, 2023) e Model Code 10 (FIB, 2011). Como resultado, as propostas tiveram maior quantidade de elementos classificadas como “segurança apropriada” e menores penalidades quando utilizado o critério DPC (*Demerit Points Classification*) proposto por COLLINS (2001). Observou-se, ainda, que em geral a atribuição da armadura de costura contribui para o aumento da força resistente em consolos curtos mesmo com o crescimento da relação (a/d). Para a avaliação do estudo de caso, a proposta apresentou o resultado mais próximo da carga de ruptura observada na modelagem computacional.

Palavras-chave:

Consolos curtos, armadura de costura, análise numérica, análise estatística.

RIBEIRO, Vinícius M. **Proposal for the prediction of ultimate load of concrete corbels with secondary reinforcement.** Master's Thesis, Institute of technology, Federal University of Pará, Belém, Pará, Brazil, 2024.

ABSTRACT

This work addresses proposals for the prediction of the resistant force based on the connecting strut and tie method (STM) and the empirical and statistical method (EEM) in short corbels of reinforced concrete with secondary reinforcement, with a relationship between load application distance and useful height (a/d) in the range between 0.5 and 1. The existing technical recommendations do not consider, however, the contribution of this type of reinforcement to the increase of the total capacity of the part, making this an important study for the understanding of the use of the aforementioned bars in addition to a crack control element. To this end, first analyzed and separated the rupture modes of 191 samples collected from the literature and listed in a database. Moreover, a vector model based on the STM and a modification factor of the compressive strength of the concrete were proposed, both to compose an equation for each failure mode. Moreover, equations based on the STM were proposed through successive iterations between mechanical and geometric parameters for the elaboration of the second maximum load prediction method. The validation of the calculation suggestions was carried out by applying it to pieces tested by other authors, computational modeling of a case study and the normative prescriptions of ACI 318 (ACI, 2019), Eurocode 2 (CEN, 2004), NBR 6118 (ABNT, 2023) and Model Code 10 (FIB, 2011). As a result, the proposals had a greater number of elements classified as "appropriate safety" and lower penalties when using the DPC (Demerit Points Classification) criterion proposed by COLLINS (2001). It was also observed that, in general, the assignment of the seam reinforcement contributes to the increase of the resistant strength in short corbels even with the growth of the ratio (a/d). For the evaluation of the case study, the proposal presented the result closest to the rupture load observed in the computational modeling.

Keywords:

Corbels, secondary reinforcement, numerical analysis, statistical analysis.

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Relação de coeficientes β_n	39
Tabela 2.2 – Taxa de armadura secundária mínima	41
Tabela 2.3 – Relação de coeficientes β_c	43
Tabela 2.4 – Relação de coeficientes β_s	43
Tabela 2.5 – Dosagem e Propriedades do concreto utilizado	48
Tabela 2.6 – Propriedades geométricas e do aço	48
Tabela 2.7 – Registros dos ensaios	49
Tabela 2.8 – Geometria, armadura e carga máxima	53
Tabela 2.9 – Propriedades geométricas, mecânicas e resultados	57
Tabela 3.1 – Resumo do bando de dados	64
Tabela 3.2 – Referência de trabalhos analisados	65
Tabela 4.1 – Propriedades geométricas limite	91
Tabela 4.2 – Tensões efetivas	91
Tabela 4.3 – Propriedades geométricas gerais e em zonas nodais	91
Tabela 4.4 – Larguras de biela	92
Tabela 4.5 – Forças resistentes	92
Tabela 6.1 – Quantidade de peças por classificação DPC	101
Tabela 6.2 – DPC (<i>Demerit Points Classification</i>)	102
Tabela 6.3 – Quantidade de peças por classificação DPC	105
Tabela 6.4 – DPC (<i>Demerit Points Classification</i>)	105
Tabela 6.5 – Tensões efetivas de compressão	109
Tabela 6.6 – Propriedades geométricas gerais e em zonas nodais	109
Tabela 6.7 – Larguras de biela	110
Tabela 6.8 – Forças resistentes	111

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1 – (a) Consolo curto reforçado com faixa de fibra polimérica; (b) Ruptura secundária em consolo muito curto	21
Figura 2.1 – Ensaios em consolos curtos: (a) consolos simétricos; (b) consolos simples	26
Figura 2.2 – Regiões D em diferentes elementos estruturais	27
Figura 2.3 – (a) direção de tensões principais em consolos curtos simples; (b) Idealização de solução simplificada	28
Figura 2.4 – Trajetória de tensões principais	29
Figura 2.5 – (a) modelo simplificado para consolos simples; (b) modelo refinado para consolos simples	30
Figura 2.6 – Transferência de esforços entre faces	31
Figura 2.7 – Modo de ruptura por flexão: (a) início de fissuração; (b) Ruptura	33
Figura 2.8 – Modo de ruptura por fendilhamento: (a) início de fissuração; (b) Ruptura	33
Figura 2.9 – Modos de ruptura: (a) ruptura por compressão diagonal; (b) rupturas secundárias	34
Figura 2.10 – Tipos de nó no modelo biela-tirante: (a) Nô CCT; (b) Nô CCC	35
Figura 2.11 – Geometria de regiões nodais em consolos curtos	35
Figura 2.12 – Modelo 01 biela-tirante para consolos curtos simétricos	37
Figura 2.13 – Geometria na zona nodal: (a) Nô A; (b) Nô B	38
Figura 2.14 – Regiões de solicitação de tensão principal em bielas	44
Figura 2.15 – Estados de compressão: (a) Condição de compressão uniaxial; (b) Tração oblíqua à direção de compressão.	45
Figura 2.16 – Armadura ancorada por aderência em nô CCT	46
Figura 2.17 – Legenda dos consolos analisados	48
Figura 2.18 – Consolos após a ruptura: (a) C0,5, (b) C1,0	48
Figura 2.19 – Modo de ruptura típico em consolos curtos e forças internas no modelo de bielas e tirantes	50
Figura 2.20 – Modelo estático de treliça única	53
Figura 2.21 – Modelo estático de treliça única	54
Figura 2.22 – Distribuição de deformações na seção transversal do consolo	55

Figura 2.23 – Modelo estático de treliça idealizada com múltiplos tirantes	56
Figura 2.24 – Modelo estático de biela e tirante para consolo com armadura secundária	58
Figura 3.1 – Modelo estático geral proposto e arranjo de armadura considerada	62
Figura 3.2 – Frequência de peças separadas por: (a) fc ; (b) a/d ; (c) ρ	66
Figura 3.3 – Diagrama tensão-deformação do concreto fissurado	68
Figura 3.4 – Propriedades geométricas	70
Figura 3.5 – Frequência de amostras por parâmetro para MBT,B	70
Figura 3.6 – Diagramas de dispersão: (a) $fc, B - fc$; (b) $fc/fc, B - (a/d)/(av/Z)$; (c) $fc/fc, B - \rho/fy$; (d) $Vu, exp - Vu, MBT, B$	71
Figura 3.7 – Diagrama de dispersão $Vu, exp - Vu, MBT, B$	72
Figura 3.8 – Distribuição da frequência de parâmetros analisados para MBT,B,A _{sh}	73
Figura 3.9 – Diagrama de dispersão $Vu, exp - Vu, MBT, B, Ash$	73
Figura 3.10 – Modelo estático de consolo sem armadura de costura	74
Figura 3.11 – (a) Relação $\lambda MBT, AB, 0 - kMBT, AB$; (b) Dispersão de $Vu, exp - VMBT, AB, 0$	75
Figura 3.12 – Relação $Vu, exp - Vu, MBT, AB$	77
Figura 3.13 – Modelo estático proposto para armadura de costura	78
Figura 3.14 – Diagrama de dispersão $Vu, exp - Vu, MBT, AB, Ash$	79
Figura 3.15 – Procedimento de iterações para MEE, B	80
Figura 3.16 – Diagramas de iterações entre parâmetros de MEE, B	81
Figura 3.17 – Diagrama de dispersão $Vu, exp - Vu, MEE, B$	82
Figura 3.18 – Procedimento iterativo para MEE, B, Ash	83
Figura 3.19 – Diagramas de iterações entre parâmetros de MEE, B, Ash	83
Figura 3.20 – Procedimento iterativo para MEE, AB	84
Figura 3.21 – Diagramas de iterações entre parâmetros de MEE, AB	85
Figura 3.22 – Diagrama de dispersão $Vu, exp - Vu, MEE, AB$	86
Figura 3.23 – Procedimento iterativo para MEE, AB, Ash	87
Figura 3.24 – Diagramas de iterações entre parâmetros de MEE, AB, Ash	87
Figura 4.1 – Edificação executada com estrutura pré-moldada em Santarém-PA	89
Figura 4.2 – Propriedades geométricas: (a) Consolos simétricos; (b) Disposição de armadura	90

Figura 5.1 – Modelo tridimensional: (a) Malha; (a) Condições de contorno; (b) Disposição da armadura	93
Figura 5.2 – Elementos finitos: (a) C3D8, (b) C3D6 e (d) T3D2/B31	94
Figura 5.3 – Relação tensão-deformação do aço ($\sigma_s - \varepsilon_s$)	95
Figura 5.4 – Diagrama tensão-deformação do concreto: (a) Tração; (b) Compressão	96
Figura 5.5 – Comportamento tensão-deformação do concreto sob compressão	98
Figura 6.1 – (a) <i>Box-plot</i> λ_{Ash} por método; (b) Histograma de λ_{Ash} por método	103
Figura 6.2 – Diagramas de dispersão: (a) $V_u, exp - V_u, MBT, Ash$; (b) $V_u, exp - V_u, MEE, Ash$	103
Figura 6.3 – Distribuição normal com histograma de λ : (a) $\lambda_{MBT, Ash}$; (b) $\lambda_{MEE, Ash}$	104
Figura 6.4 – Diagrama de dispersão para normas $V_u, exp - V_u, normas, Ash$	104
Figura 6.5 – (a) <i>Box-plot</i> λ por método; (b) Histograma de λ por método	106
Figura 6.6 – Diagramas de dispersão: (a) $V_u, exp - V_u, MBT$; (b) $V_u, exp - V_u, MEE$	107
Figura 6.7 – Distribuição normal com histograma de λ : (a) λ_{MBT} ; (b) λ_{MEE}	108
Figura 6.8 – Diagrama de dispersão para normas $V_u, exp - V_u, normas$	108
Figura 6.9 – Comportamento estrutural do consolo (estudo de caso): (a) Diagrama Carga-Deslocamento; (b) Distribuição do dano	110
Figura 6.10 – Diagrama de dispersão $V_u, exp - a/d$: (a) amostras em geral;	112
Figura 6.11 – Diagrama de dispersão $V_u, exp / (b \cdot d \cdot f_c) - (a/d) / (av/Z)$: (a) amostras em geral; (b) amostras separadas por <i>Ash</i>	113
Figura 6.12 – Quantidade de amostras: (a) <i>Ash</i> ; (b) ρ_h	113
Figura 6.13 – Diagrama de dispersão de $V_u, exp / (b \cdot Z \cdot f_c) - \rho_h \cdot f_y h / \rho \cdot f_y$: (a) Separadas por <i>Ash</i> ; (b) Separadas por a/d	115

LISTA DE SÍMBOLOS

a	Distância do centro de aplicação da carga até a face do pilar de apoio
A_1	Área da superfície do aparelho de apoio do consolo
A_2	Área da base inferior do maior tronco de uma pirâmide, contida inteiramente dentro do suporte e tendo sua base superior igual à área carregada
A_{cs}	Área da seção transversal do final da biela
A_{nz}	Área da face do nó onde a biela ou o tirante atua
A_s	Área de aço tracionado principal
$A_{s,min}$	Área de aço tracionado principal mínimo
$A_{s2,min}$	Área de aço secundária mínima
A_{sh}	Área de aço tracionado secundária
A_{sv}	Área de aço secundária vertical
a_v	Distância do centro de aplicação da carga até o nó que forma o ângulo θ
b	Largura do consolo
c_b	Distância da extremidade da fibra tracionada até o centróide da armadura tracionada
d	Distância da extremidade da fibra comprimida até o centróide da armadura tracionada
d_0	Medida a partir da face de aplicação da carga até o início do chanfro
E_c	Módulo de deformação longitudinal inicial tangente
E_{cs}	Módulo de deformação longitudinal inicial secante
F_c	Resistência da biela
f_c	Tensão resistente nominal de compressão última do concreto
$f_{ce,n}$	Tensão resistente efetiva de compressão do concreto na zona nodal
$f_{ce,s}$	Tensão resistente efetiva de compressão do concreto na biela
$f_{ci,1}$	Tensão de compressão no estado pré-pico
f_{ck}	Resistência a compressão característica do concreto
f_{cm}	Resistência a compressão média do concreto
f_{ct}	Resistência à tração axial do concreto
f_{ctm}	Resistência à tração axial média
F_{nn}	Força resistente efetiva nominal da zona nodal
F_{ns}	Força resistente efetiva nominal da biela
f_p	Tensão de compressão máxima de pico
f_{st}	Tensão resistente de tração perpendicular à direção da biela
f_{su}	Tensão resistente nominal última do aço
f_y	Tensão resistente nominal de escoamento do aço

h_p	Altura do pilar
k	Coeficiente de redução da tensão resistente nominal de compressão do concreto na zona nodal de acordo com o tipo de nó para ABNT (2014)
k_c	Fator de modificação de tensão resistente de compressão do concreto na biela
l	Comprimento do consolo
ℓ_b	Comprimento do aparelho de apoio
P_{cr}	Carga vertical registrada para a primeira fissura no ensaio de consolos simétricos (kN)
P_d	Carga vertical de cálculo
P_{MAC}	Carga vertical teórica máxima calculada pelo método atrito-cisalhamento (MAC) para consolos simétricos (kN).
P_{MBT}	Carga vertical teórica máxima calculada pelo método biela-tirante (MBT) para consolos simétricos (kN).
P_u	Carga vertical máxima registrada no ensaio de consolos simétricos (kN)
R_s	Resistência do tirante
R_s	Força solicitante no tirante tracionado
s_h	Espaçamento entre armadura secundária horizontal
s_v	Espaçamento entre armadura secundária vertical
V_s	Carga nominal vertical solicitante
V_f	Carga de fissuração (kN)
V_u	Carga vertical máxima registrada no ensaio de consolos para um consolo, $P_u/2$ (kN)
w_s	Largura efetiva da biela
w_t	Largura efetiva do tirante
$w_{t,máx}$	Largura máxima do tirante
z	Braço de alavanca

LISTA DE LETRAS GREGAS

α_v	Coeficiente de redução da tensão resistente nominal de compressão do concreto na biela e na zona nodal para a ABNT (2014)
ϕ	Diâmetro da armadura tracionada principal
ϕ_h	Diâmetro da armadura secundária horizontal
ϕ_v	Diâmetro da armadura secundária vertical
β_c	Fator de modificação de tensão resistente do concreto devido ao confinamento no modelo biela-tirante
β_n	Fator de modificação de tensão resistente do concreto devido ao efeito da ancoragem do tirante na zona nodal
β_s	Fator de modificação de tensão resistente do concreto devido a fissuração e confinamento da armadura na biela
ε_0	Deformação de compressão inicial do concreto
ε_c	Deformação de compressão do concreto
ε_{cr}	Deformação de fissuração do concreto
ε_{ct}	Deformação principal de tração do concreto
ε_p	Deformação de compressão máxima de pico
ε_s	Deformação aço
ε_{su}	Deformação última do aço
ε_u	Deformação de compressão última do concreto
ε_y	Deformação de escoamento do aço
η_{fc}	Coeficiente do fator de redução da tensão resistente nominal de compressão do concreto na biela e na zona nodal
λ_s	Fator de ajuste da carga última de ruptura proposto pelo ACI (2019)
ν	Fator de redução da tensão resistente nominal de compressão do concreto na biela
ρ	Taxa de aço principal
ρ_2	Taxa de aço secundária total
$\rho_{2,min}$	Taxa de aço secundária mínima
$\sigma_{(R,max)}$	Tensão nominal resistente efetiva na zona nodal
σ_I	Tensão nominal principal solicitante de tração
σ_{II}	Tensão nominal principal solicitante de compressão
σ_{lb}	Tensão solicitante no apoio do consolo
σ_{lb}	Tensão solicitante no apoio do consolo
σ_s	Tensão solicitante na biela comprimida
σ_s	Tensão solicitante na biela comprimida

LISTA DE ABREVIAÇÕES

CRF	Concreto reforçado com fibras
CRFA	Concreto reforçado com fibras de aço
CA	Concreto armado
CD	Compressão diagonal
CN	Compressão na região nodal B
FE	Fendilhamento
ELU	Estado limite último
FL	Flexão - tração da armadura principal
CV	Cisalhamento vertical
MBT	Relativo ao Método de Bielas e Tirantes
MAC	Relativo ao Método de Atrito-cisalhamento

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	20
1.1 Justificativa	22
1.2 Objetivo geral	22
1.3 Objetivos específicos	23
1.4 Metodologia	23
1.5 Etapas do trabalho	24
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	25
2.1 Consolos curtos	25
2.1.1 Ensaio de consolos	25
2.1.2 Trajetória de tensões principais	26
2.1.3 Modelo de bielas e tirantes	28
2.1.4 Modelo de atrito-cisalhamento	31
2.1.5 Padrão de fissuração e modo de ruptura	32
2.2 Normalização	35
2.2.1 Modelo de cálculo	36
2.2.2 Propriedades geométricas	37
2.2.3 Tensão resistente efetiva em zonas nodais	38
2.2.4 Armadura secundária	40
2.2.5 Tensão resistente efetiva da biela	42
2.2.6 Tensão resistente efetiva do tirante	45
2.3 TRABALHOS REALIZADOS	47
2.3.1 Abdul-razzaq & Dawood (2020)	47
2.3.2 Hwang, Lu & Lee (2000)	49
2.3.3 Campione & Cannella (2020)	52
2.3.4 El debs <i>et al</i> (2016)	56
2.3.5 Fattuhi (1990)	57
2.3.6 Russo <i>et al</i> (2006)	58
3 ESTIMATIVAS DA FORÇA VERTICAL RESISTENTE	62
3.1 Banco de dados	63
3.2 Modelo baseado no Método de Bielas e Tirantes (MBT)	66
3.2.1 Propriedades mecânicas para o MBT	66

3.2.2	Propriedades geométricas para o MBT	68
3.2.3	Verificação da zona nodal <i>B</i> para consolos sem armadura de costura	70
3.2.4	Verificação da zona nodal <i>B</i> para consolos com armadura de costura	72
3.2.5	Biela inclinada <i>AB</i> em consolos sem armadura de costura	74
3.2.6	Biela inclinada <i>AB</i> em consolos com armadura de costura	78
3.3	Modelo baseado no Método Empírico Estatístico (MEE)	80
3.3.1	Zona nodal <i>B</i> sem armadura de costura	80
3.3.2	Zona nodal <i>B</i> com armadura de costura	82
3.3.3	Biela inclinada <i>AB</i> sem armadura de costura;	84
3.3.4	Biela inclinada <i>AB</i> com armadura de costura	86
4	ESTUDO DE CASO	89
4.1.1	Dimensionamento	89
4.1.2	Etapas de verificação por método	91
5	MODELAGEM COMPUTACIONAL	93
5.1	Propriedades geométricas da modelagem	93
5.1.1	Geometria e condições de contorno	93
5.1.2	Malha	94
5.2	Relações constitutivas dos materiais	94
5.2.1	Aço	94
5.2.2	Concreto	95
6	RESULTADOS	101
6.1	Propostas para consolos com armadura de costura	101
6.2	Propostas para consolos sem armadura de costura	105
6.3	Estudo de caso	108
6.4	Efeito da relação <i>a / d</i>	111
6.5	Efeito da armadura de costura	113
7	CONCLUSÃO	116
7.1	Avaliação das propostas verificação para consolos curtos	116
7.1.1	Propostas de verificação para consolos com <i>Ash</i>	116
7.1.2	Propostas de verificação para consolos sem <i>Ash</i>	116
7.2	Abordagem sobre o estudo de caso	117
7.3	Avaliação do efeito da relação <i>a/d</i>	117
7.4	Avaliação da influência da armadura de costura	118

7.5	Propostas para futuros trabalhos	118
REFERÊNCIAS		119

1 INTRODUÇÃO

As estruturas de concreto pré-moldado vêm ganhando espaço com a industrialização da construção civil por representarem um processo construtivo prático pela facilidade de execução e controle de qualidade. Um dos principais desafios a serem encarados no emprego da tecnologia está, entretanto, nas ligações entre elementos estruturais, pois é nelas que se manifestam a maior parte das patologias (Figura 1.1 – b) em edificações com a tecnologia, segundo El Debs *et al* (2016).

Nessas ligações, são utilizados consolos, elementos estruturais projetados a partir das faces dos pilares. Franz & Niedenhoff (1963) apontaram que eles atuam essencialmente como uma treliça simples composta um elemento de tração horizontal simulando a armadura de tração, e uma biela de compressão inclinada. Era o início da análise de consolos pela teoria de bielas e tirantes em que a relação entre distância de aplicação da carga (a) e altura útil (d) foi avaliada em aproximadamente $a \cong d$.

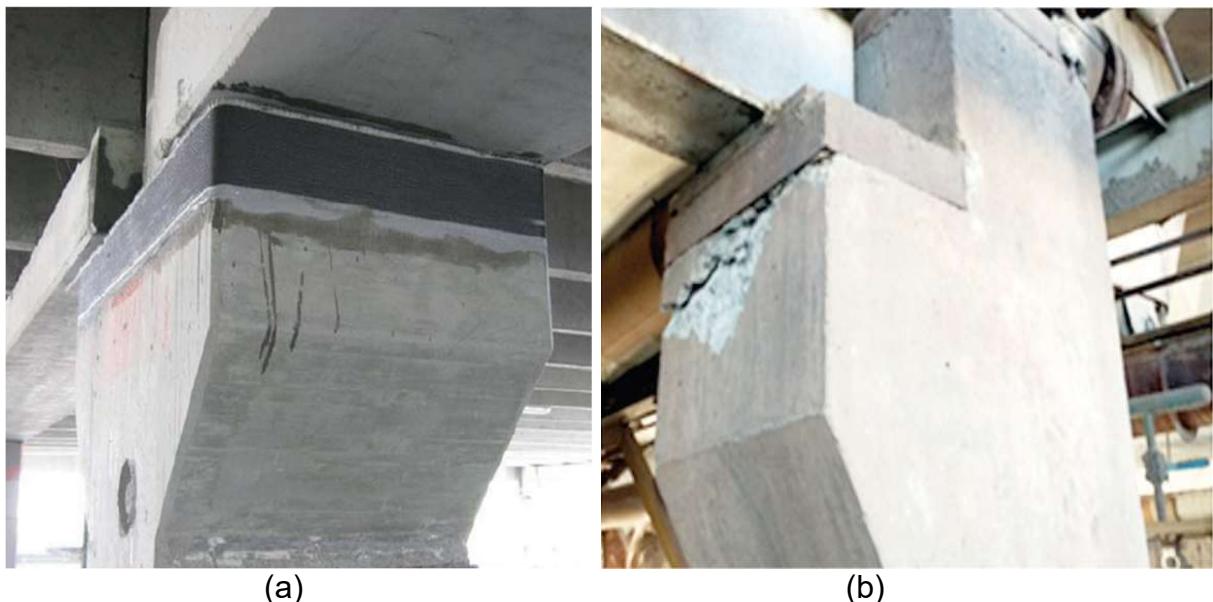
Esse método ainda não era, entretanto, amplamente difundido no início da década de 1960. Nos EUA, por exemplo, costumava-se utilizar equações derivadas da teoria de flexão e cisalhamento para vigas. Na Europa, estavam sendo baseados nas investigações de Rausch. Depois disso, passou-se a utilizar prescrições válidas para paredes de concreto. Mesmo assim, os fatores de segurança ainda eram variados e levavam a projetos de segurança questionável.

Além disso, segundo Kriz & Raths (1965), no período, o efeito das forças horizontais causadas por fluência, retração e deformações por temperatura ocasionadas nas vigas ainda não era considerado, apesar de ser muito importante e reduzir substancialmente a capacidade de carga vertical. Isso foi evidenciado mais tarde em ensaios nos quais as amostras foram danificadas por forças de restrição horizontal após aplicação de cargas verticais leves.

Nesse estudo, foram apresentados conceitos muito expressivos relativos à teoria de dimensionamento e verificação das peças a partir de um amplo programa experimental com mais de cem ensaios, utilizando várias taxas de aço (ρ), resistências de concreto (f_c) e geometrias com altura variável e constante. Eles não foram distinguidos, entretanto, quanto à relação entre distância de aplicação de carga e altura útil (a/d).

Quanto à análise de esforços, existem vários modelos como a proposta de El Debs *et al* (2017), que utiliza o Método de Bielas e Tirantes (MBT) com treliças estaticamente determinadas, Fattuhi (1990), que utiliza o Modelo Empírico Estatístico (MEE). Outros métodos como Yun & Lee (2021) que utilizam MBT com treliças estaticamente indeterminadas, Russo (2006), que associa o MBT com MEE e Campione & Cannella (2020), que atribui fibras poliméricas – (a) da Figura 1.1.

Figura 1.1 – (a) Consolo curto reforçado com faixa de fibra polimérica; (b) Ruptura secundária em consolo muito curto



Fonte: Campione & Cannella (2020); Romanichen & Souza (2019)

Quanto às aplicações, podem servir como o apoio de vigas ou nas fundações de divisa quando devem suportar pilares de extremidade; blocos executados na ligação entre pilares com mudança de direção; vigas que servem de suporte para pilares não contínuos devido às restrições arquitetônicas (vigas de transição), atribuição de rótula no intuito de redução de armadura negativa; paredes de concreto em balanço para vencer vãos nos quais as vigas esbeltas são inviáveis.

Em todos esses exemplos, existe a particularidade de sofrerem distribuição não linear de deformações dentro do elemento, visto que são regiões de descontinuidade geométrica e estática, não sendo possível a aplicação da teoria de flexão de vigas com seções planas para seu dimensionamento. Deve ser realizado, para tal, o estudo do caminho das forças a partir de uma analogia de associação de componentes como o modelo de bielas e tirantes de acordo com El Debs *et al* (2016).

1.1 Justificativa

A análise de consolos ainda exige aprofundamento no tocante a assuntos pouco especificados ou mesmo desconsiderados nas recomendações técnicas existentes. Muitos fatores que influenciam na modificação de propriedades mecânicas essenciais para aumento de acurácia do cálculo de tensões resistentes efetivas de zonas nodais e bielas, bem como conceitos estáticos preponderantes para a idealização do modelo de simulação são ignorados nas prescrições normativas.

Primeiramente, a influência da armadura secundária horizontal, também chamada de costura, em relação à força resistente da peça devido ao aumento da ductilidade e redução de fissuração é citada apenas como elemento construtivo controle de fissuração na biela inclinada. Não é atribuída a ela, a necessidade de ser considerada no modelo treliçado discretizado idealizado a simulação do comportamento de consolos. A armadura secundária vertical é praticamente ignorada.

Além disso, a armadura de costura não é recomendada como fator preponderante para a modificação de propriedades geométricas importantes como o centro de gravidade em zonas nodais e larguras de biela. Esses fatores contribuem, entretanto, diretamente para a determinação do ângulo (θ), formado pela união entre a biela e tirante, que define os limites para a designação em consolos curtos ou muito curtos e modifica o modo de ruptura.

Outro fator indispensável para a análise são os valores das tensões resistentes efetivas (f_{ce}), tanto em zonas nodais como nas bielas. Eles variam muito em diversas normas e recomendações técnicas, o que leva a estimativas por vezes muito conservadoras. Parâmetros como diferença entre f_c , relação a/d e a tensão de tração precisam ser, portanto, levadas em conta na determinação da tensão resistente de compressão efetiva.

1.2 Objetivo geral

Este trabalho visa a avaliar a influência exercida pela armadura de costura em consolos curtos de concreto armado, considerando diferentes relações de a/d . Para isso, serão propostos dois métodos de verificação com boas condições de precisão e segurança: o primeiro é teórico analítico simplificado e o segundo é empírico estatístico.

1.3 Objetivos específicos

- Quantificar a contribuição da armadura secundária horizontal para a força resistente da peça;
- Conferir a influência de parâmetros geométricos e da taxa de aço na determinação da tensão resistente efetiva em zonas nodais;
- Verificar a interferência da tensão de tração na previsão da resistência de compressão efetiva da biela inclinada;
- Apresentar um estudo de caso para exemplificar a metodologia de previsão da carga resistente vertical idealizada e validá-la através de uma análise numérica.

1.4 Metodologia

Os objetivos geral e específico deste trabalho serão atingidos primeiramente através do estudo aprofundado de referências que apresentem abordagens teóricas – trabalhos acadêmicos nacionais e internacionais que possuem propostas de previsão de carga em consolos curtos – e experimentais – estudos contendo a descrição detalhada dos ensaios e das amostras de consolos curtos duplos retangulares ou com altura variável.

Um banco de dados composto por informações preponderantes para uma avaliação criteriosa será criado a partir disso. Nele, irão constar parâmetros conhecidos como o autor da referência, a taxa, tensão resistente e módulo de elasticidade do aço principal e secundário, resistência à compressão, à tração e módulo de deformação do concreto utilizado, geometria da peça, cobrimento utilizado da armadura, força e modo de ruptura da amostra.

A base será utilizada para a criação de uma proposta de previsão de força máxima mediante a idealização de um modelo do tipo teórico analítico, baseado na teoria de bielas e tirantes em estado limite último. Trata-se, dessa maneira, de uma análise estrutural estabelecida por equações que governam o problema físico fundamentado em hipóteses simplificadoras.

As equações são, então, resolvidas e resultam em soluções fechadas exatas, ou seja, sem aproximações na solução. Ressalta-se, no entanto, que a solução analítica é considerada exata, mas exige fatores de correção para adequar cada expressão aos resultados experimentais. O tratamento estatístico em excel será

realizado para encontrar constantes que melhorem a precisão dos resultados.

A estimativa de carga máxima para consolos curtos supracitada precisa ser exemplificada adequadamente. Será realizado, para tal, um estudo de caso de uma edificação comercial executa com estrutura pré-moldada e utilizando esse tipo de ligação. Nele que será exposto detalhadamente o processo de análise do elemento, o cálculo das tensões resistentes efetivas em bielas e zonas nodais, usando parâmetros físico e geométricos fornecidos no problema.

A proposta foi aplicada, por conseguinte, nos consolos pesquisados por outros autores, para verificar a consistência do modelo. Com a recomendação validada, fez-se uma análise paramétrica com a finalidade de avaliar a contribuição da armadura de costura, conferir a influência de parâmetros geométricos e da taxa de aço na determinação da tensão resistente efetiva em zonas nodais e verificar a interferência da tensão de tração na previsão da resistência efetiva da biela inclinada.

1.5 Etapas do trabalho

O escopo do texto, com a explicação do tema e definição dos objetivos a serem alcançados é apresentado no Capítulo 1. Além disso, é descrita a justificativa a respeito da importância da pesquisa, tanto para o meio científico, quanto em aplicações práticas de projeto. E um breve resumo da metodologia que será utilizada no desenvolvimento da pesquisa.

No Capítulo 2, é feita a revisão da literatura técnica a respeito do comportamento de consolos, modos de ruptura, normalização, modelos de cálculo e procedimentos de projeto. No Capítulo 3, é apresentado o resumo banco de dados de trabalhos experimentais realizados por outros autores. São detalhados os meios para obtenção das propriedades físicas necessárias, o procedimento realizado para dedução das equações bem como suas referências e a determinação completa do cálculo de verificação da capacidade de carga no capítulo 4.

Em seguida, nos capítulos 5 e 6, é apresentada a validação do modelo analítico através do estudo de caso e modelagem computacional. No Capítulo 7 e 8, são apresentados os resultados e as considerações finais.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Consolos curtos

Segundo a NBR 6118 (2023), o Eurocode 2 (2004) e o ACI 318 (2019), são considerados consolos os elementos em balanço nos quais a distância a da carga aplicada à face de apoio é menor ou igual a altura útil d do consolo. No caso em que a seja maior que d será considerado como viga em balanço, se $0,5d \leq a \leq d$ são consolos curtos, e muito curtos quando $a < 0,5d$. O ACI 318 (2019), permite uma metodologia específica de cálculo para a condição $a/d < 2$.

Quanto a consolos com altura variável, O BS 8110 (1997) e o Eurocode 2 (2004) exigem que a menor altura (d_0), medida a partir da face de aplicação da carga até o início do chanfro, seja pelo menos igual a metade da altura útil d da seção crítica para um desempenho adequado ao método de dimensionamento proposto nessas normas.

Esse elemento estrutural é utilizado com mais frequência, de acordo com El Debs (2017), nas ligações entre vigas e pilares em elementos pré-moldados como mostrado no item (a) da Figura 1.1. As recomendações técnicas supracitadas podem, no entanto, ser utilizadas para outras outras importantes aplicações como nas fundações de divisa quando devem suportar pilares de extremidade; blocos executados na ligação entre pilares com mudança de direção.

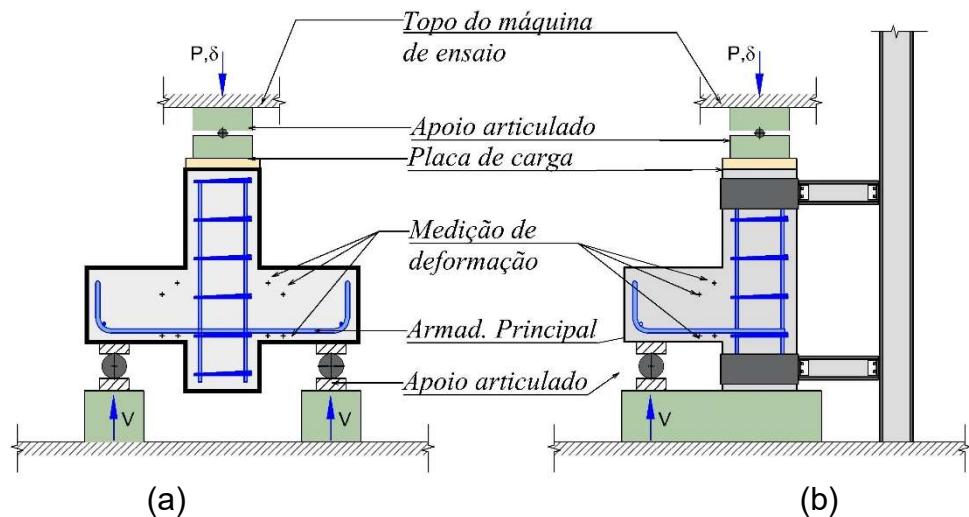
Além disso, em reformas em que são necessárias adição de vigas em pilares existentes também são exemplos de aplicação. Vigas que servem de suporte para pilares não contínuos devido às restrições arquitetônicas (vistas de transição), paredes estruturais de edifícios de vários pavimentos; atribuição de rótula no intuito de redução de armadura negativa; paredes de concreto em balanço para vencer vãos nos quais as vigas esbeltas são inviáveis utilizam os mesmos princípios.

2.1.1 Ensaio de consolos

A configuração dos ensaios em consolos simétricos inclui, segundo Huang, Han & Yin (2022), os apoios rotulados cilíndricos, uma célula de carga com a placa de apoio, um macaco hidráulico, dois transdutores de deslocamento (LVDT), colocados no fundo dos corpos de prova invertidos para medir o deslocamento vertical. Outro

aparato é necessário, entretanto, para consolos simples como a ancoragem da peça no pórtico com perfis metálico – item (b) da Figura 2.1.

Figura 2.1 – Ensaios em consolos curtos: (a) consolos simétricos; (b) consolos simples



Fonte: Adaptado de Huang, Han & Yin (2022) e Naegeli (1988)

Para o exemplo de consolos duplos simétricos do item (a) da Figura 2.1, Huang, Han & Yin (2022), utilizou um macaco de 5000 kN. Uma pré-carga de 30 kN foi aplicada para eliminar vazios entre os dispositivos e as camadas de assentamento de partículas de agregado que podem aparecer na hora da acomodação da amostra. Pode ser aplicada a carga de 50 kN por vez, fazendo uma pausa entre cada aplicação de carga para medir o comprimento, abertura de fissura e deslocamentos.

2.1.2 Trajetória de tensões principais

Macgregor e Wight (2012) abordam o tema, mostrando que o comportamento de tensões localizadas em vigas e pilares, nas regiões distantes de seus apoios, seguem a porção chamada de região B, ou seja, compreendem a teoria clássica de vigas. Pode-se analisá-los, dessa maneira, com a hipótese de Bernoulli do diagrama linear para deformações, incluindo as deformações lineares e as outras atribuições referentes a condição de permanência das seções continuamente planas.

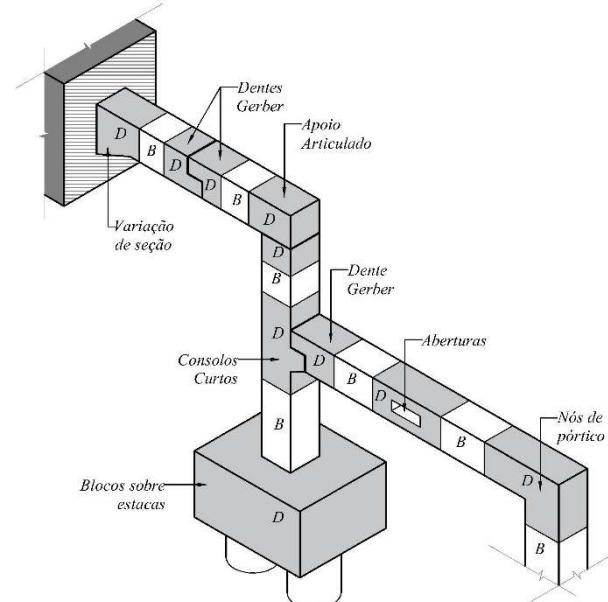
Existe ainda a porção chamada região de descontinuidade ou regiões D, em que a distribuição de tensões normais é descontínua. Perto de furos, onde ocorre uma mudança abrupta de seção transversal, observa-se a condição de descontinuidade

geométrica e uma condição de descontinuidade estática nas regiões próximas de carregamentos e reações de apoio. Os consolos e dentes Gerber são afetados tanto pelas descontinuidades geométricas quanto pelas estáticas.

Como a condição de tensão não se mantém quanto aos valores e direção, principal em relação à seção, pode-se associar a análise das regiões D ao princípio de Saint Venant. A teoria sugere uma estabilização na direção das tensões normais a partir de determinada altura da seção do elemento. Esse princípio é conceitual e não preciso, mas serve de importante instrumento para escolha do ponto de análise desejada para a verificação segundo Macgregor e Wight (2012).

A determinação de tensões de cálculo no encontro entre diferentes tipos de elementos estruturais é feita, portanto, considerando a análise teórica antes da fissuração como na porção comum entre vigas e pilares (apresentado na Figura 2.2). O campo de tensões formado pode, assim, ser calculado através de uma modelagem elástica e depois da fissuração, esse comportamento é modificado, causando uma reorientação das forças internas.

Figura 2.2 – Regiões D em diferentes elementos estruturais



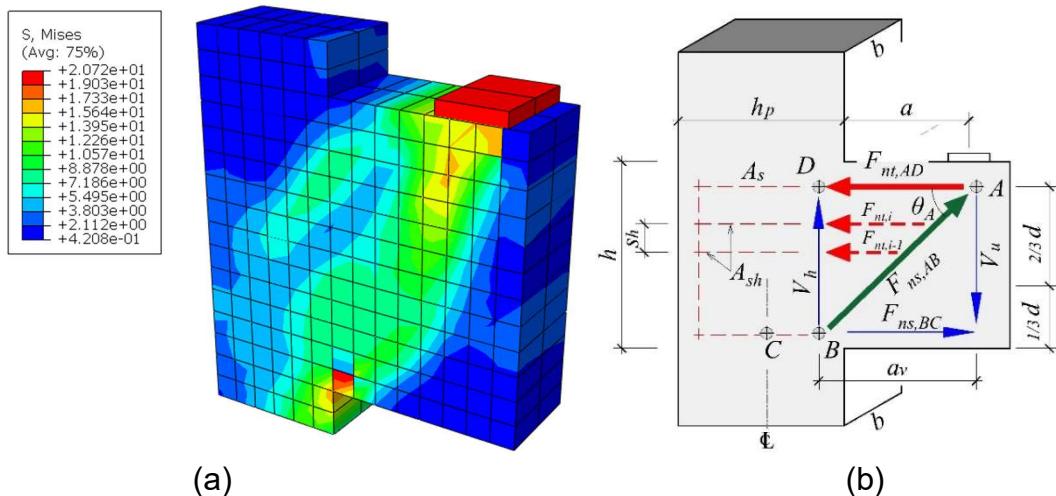
Fonte: Adaptado do ACI 318 (2019)

De forma a conceber um modelo de cálculo para consolos por meio de uma formulação matemática, Cedrim (2019) utiliza outro conceito: a otimização topológica por meio do Método dos Elementos Finitos para minimizar o processo refinado clássico por procedimentos iterativos. O problema é formulado onde os requisitos da

função atuam como restrições e o conceito de "o melhor modelo possível" é dado precisamente na forma matemática nesse método.

O problema de otimização estrutural é, então, tratado a partir da escolha de um dos parâmetros conhecidos no problema para tomar como função objetivo que deve ser maximizada ou minimizada para depois utilizar outras medidas como restrições. Ilustra-se, em (a) da Figura 2.3, o direcionamento de deformações principais em consolos como resultado da utilização da metodologia. Ele serve de parâmetro para a idealização de uma solução simplificada como observado em (b) da Figura 2.3.

Figura 2.3 – (a) direção de tensões principais em consolos curtos simples; (b) Idealização de solução simplificada



Fonte: Autor (2024) e adaptado de El Debs (2017)

2.1.3 Modelo de bielas e tirantes

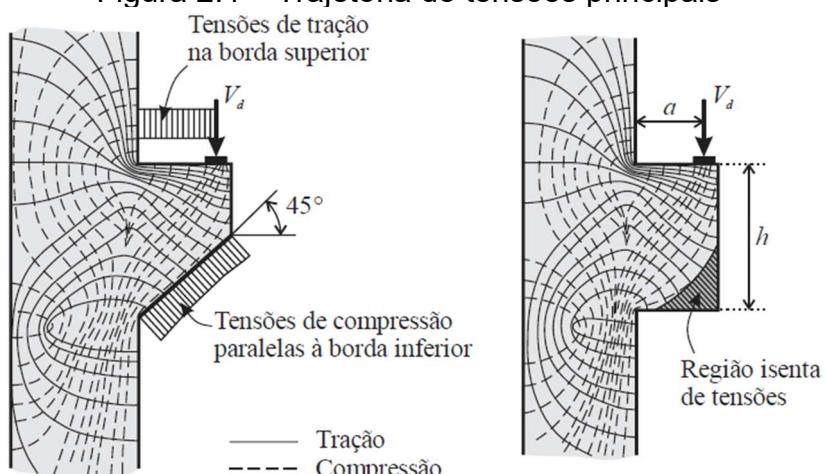
A ideia do uso do modelo de bielas e tirantes para projeto e detalhamento das estruturas de concreto não é recente. O conceito foi proposto por Ritter (1899) e Mörsch (1909) para o dimensionamento ao cisalhamento de vigas fletidas. Os modelos iniciais para o desempenho dos consolos foram feitos por Franz e Niedenhoff (1963) a partir estudos de experimentais, avaliando-os ainda segundo resultados obtidos o desempenho de paredes de concreto.

Na abordagem de Kriz & Raths (1965), depois disso, é citada a transferência de carga externa aplicada em consolos curtos através do método de bielas e tirantes, representando um efeito arco na forma de biela inclinada, como observado na Figura 2.4. Contribuições foram feitas, em seguida, por Leonhardt & Monning (1979) para

estruturas de concreto submetidas ao cisalhamento e torção, quando houve um grande avanço com estudos experimentais sobre o assunto.

Esses estudos mostraram ainda que, em toda a região tracionada, as tensões são praticamente constantes, isto é, a tração permanece com o mesmo valor entre o ponto de aplicação da carga e a seção de engastamento. A diagonal comprimida se une ao canto inferior e as tensões principais de compressão (σ_{II}) se mostram fortemente inclinadas e determinantes para o início da fissuração da peça visto que são maiores que as tensões principais de tração (σ_I) no estádio I (Figura 2.4).

Figura 2.4 – Trajetória de tensões principais



Fonte: Adaptado de Leonhardt & Monning (1979) e Reginato (2020)

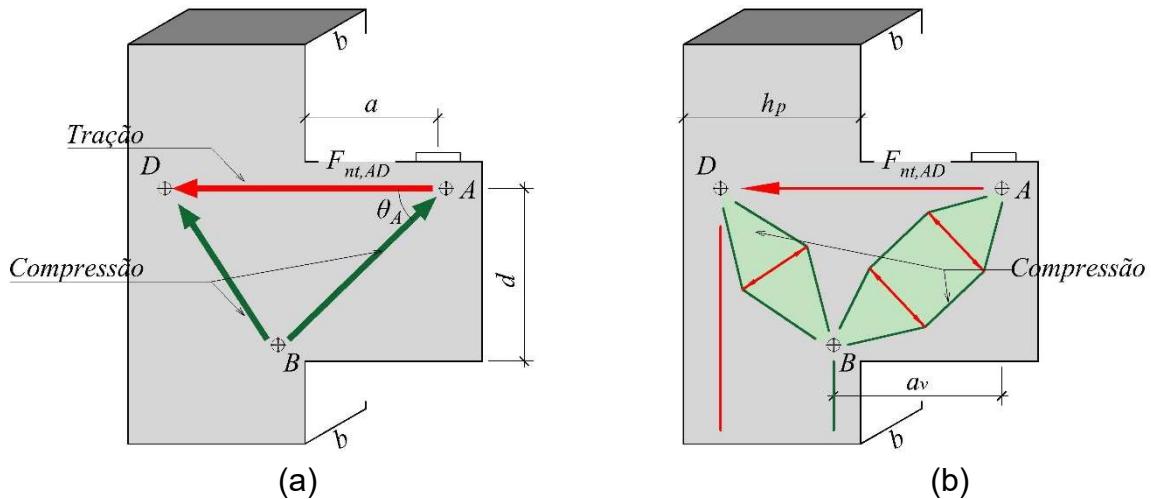
A teoria leva em consideração cargas estáticas de forma que o estado de equilíbrio entre forças externas e internas para satisfazer condições de contorno estáticas sem violar tensões resistentes de escoamento ou de fissuração dos materiais. Existe, entretanto, um número ilimitado de soluções possíveis, pois apenas algumas possuem ductilidade suficiente para que a distribuição de tensões assumida se desenvolva segundo Kassem (2015).

A modelagem a partir de bielas e tirantes é, de acordo com o exposto, uma generalização da analogia da treliça em que as tensões internas são transformadas em uma treliça discreta com forças de compressão sendo resistidas pelo concreto e forças de tração pela armadura. Ela pode ser usada também para a verificação do estado limite de serviço, pois são obtidas as a abertura de fissuras a partir das tensões solicitantes encontradas de acordo com o mesmo autor.

As recomendações técnicas seguem a mesma ideia atualmente e estabelecem que as uniões entre as bielas e tirantes é realizada por nós e regiões nodais na verificação de consolos curtos. As cargas uniformemente distribuídas são geralmente idealizadas como uma série de cargas concentradas aplicadas nos nós. De forma similar, as barras distribuídas são simuladas como tirantes discretos, representando camadas de armadura – item (a) da Figura 2.5.

O modelo de previsão das tensões resistentes deve ser realizado, segundo Torres (1998), a partir da definição das regiões de descontinuidade isoladamente. A partir disso, pode-se determinar o ângulo existente entre a biela de compressão e o tirante (θ) e depois calcular as forças resultantes nas barras da treliça idealizada e, compressão e tração respectivamente. Os eixos das bielas e tirantes são escolhidos para coincidirem com os eixos dos campos de compressão e tração, respectivamente.

Figura 2.5 – (a) modelo simplificado para consolos simples; (b) modelo refinado para consolos simples



Fonte: Adaptado de Torres (1998)

A posição das bielas e dos tirantes é escolhida a partir das tensões que ocorrem em cada região. Adotando uma modelagem adequada de treliça, as forças nas bielas e nos tirantes são calculadas através do equilíbrio entre forças internas e externas para, em seguida, ser feito o dimensionamento do tirante e a verificação de bielas. A capacidade resistente dos elementos comprimidos depende, portanto, da resistência do concreto e da área da seção transversal da biela de acordo com Torres (1998).

Esse autor expõe, ainda que, apesar dos esforços de tração nos tirantes ser função da área de aço adotada e da resistência ao escoamento, existem várias formas

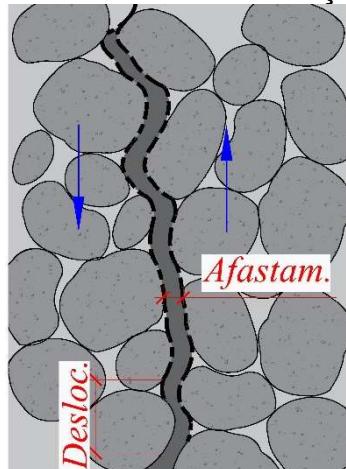
de modelar a disposição dos campos de tensão existentes nos consolos. Isso depende do grau de sofisticação desejado para o comportamento da estrutura. Na Figura 2.5, são ilustrados exemplos de treliças simplificadas e refinadas, para consolos, apresentando carregamento direto aplicado na face superior.

O modelo de cálculo para verificação de consolos curtos é analítico, segundo Torres (1998), ou seja, é um método de análise estrutural estabelecido por equações que governam o problema, com base hipóteses simplificadoras. Essas equações são resolvidas e resultam em soluções fechadas exatas (sem aproximações na solução). Entretanto, ressalta-se que, embora a solução analítica seja considerada exata, ela exige fatores de correção para adequar cada expressão aos resultados experimentais.

2.1.4 Modelo de atrito-cisalhamento

O modelo de atrito-cisalhamento (MAC) descreve que a força vertical atuante é transmitida do consolo para o pilar através do atrito resultante das tensões de compressão, engrenamento dos agregados e efeito pino na superfície fissurada, como exemplificado na Figura 2.6. A integridade das partes é garantida pela disposição armadura ortogonal à seção solicitada por forças de atrito de acordo com El Debs (2017).

Figura 2.6 – Transferência de esforços entre faces



Fonte: Adaptado de Vecchio & Collins (1986)

Com relação à pesquisa sobre o tema, Kriz e Raths (1965) constataram que somente os consolos com $a/d < 0,2$ apresentaram o comportamento característico. Mais tarde Hermanson & Cowan (1974) e Mattock (1974) contribuíram através da

teoria modificada de atrito-cisalhamento. Nesses estudos, foi observada a ocorrência de força externa horizontal de tração, normal à fissura potencial, o que acarretou a necessidade da atribuição de armadura adicional.

Quanto à normalização, a NBR 6118 (ABNT, 2023) recomenda que, para consolos muito curtos – elementos com relação $a/d < 0,5$ – é válida a análise segundo a teoria de atrito-cisalhamento. O ACI 318 (ACI, 2014) utiliza um modelo baseado em parte pelo modelo de atrito-cisalhamento e em parte pelo modelo de bielas e tirantes, aplicados para consolos com $a/d < 1,5$.

Quanto à disposição da armadura, El Debs (2017) destaca que a posição a armadura seja distribuída uniformemente ao longo da interface entre o consolo e o pilar. Porém, devido ao momento fletor oriundo da excentricidade da força, sugere-se que a armadura seja mais concentrada na parte superior do consolo. Neste sentido, Mattock et al. (1976) sugere que $2/3 \cdot d$ da armadura calculada sejam dispostos na parte superior.

2.1.5 Padrão de fissuração e modo de ruptura

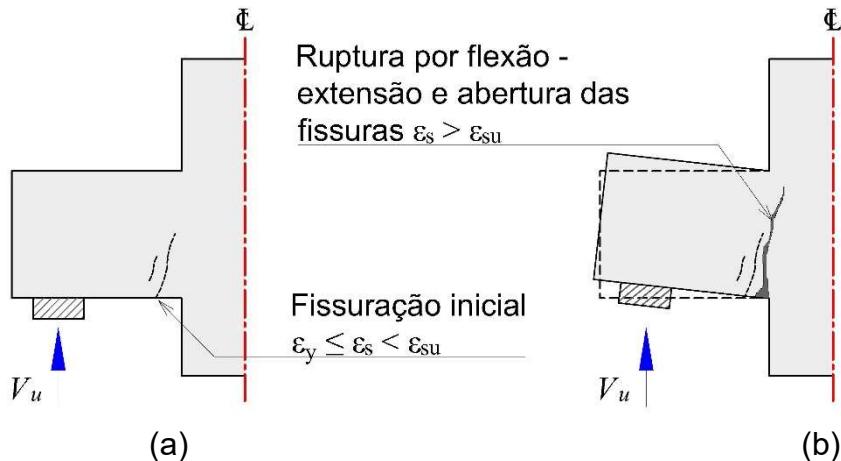
Os estudos iniciais que apresentaram abordagem mais detalhada sobre o mecanismo de ruptura em consolos são de Kriz & Raths (1965), Franz & Niedenhoff (1963) e Mattock, Chen, & Soongswany (1976). Nos ensaios realizados nesses trabalhos, mostraram-se os mecanismos de ruptura nos quais se evidenciou a maior incidência do escoamento do tirante, falha na zona de ancoragem no limite do comprimento, falha por compressão da biela e falhas locais na união consolo-pilar.

Os tipos de ruptura são descritos por Kriz & Raths (1965). Tratando primeiramente da ruptura de tração por flexão (FL), que ocorre quando a armadura principal atinge ou ultrapassa a deformação última de tração (ε_{su}) sem haver esmagamento do concreto no fundo da biela (ε_u). Essa configuração é caracterizada pelo aumento do comprimento e abertura de fissuras iniciais de flexão como ilustrado no item (a) da Figura 2.7.

A ruptura por compressão na zona nodal B (CN) ocorre quando a deformação de compressão do concreto (ε_c) ultrapassa a deformação de compressão última (ε_u) antes do escoamento da armadura principal (ε_y). A tensão da armadura de tração na ruptura fica abaixo ou apenas no limite de escoamento e as fissuras formadas por

flexão não apresentam abertura excessiva embora sejam bem desenvolvidas como pode ser observado em (b) da Figura 2.7.

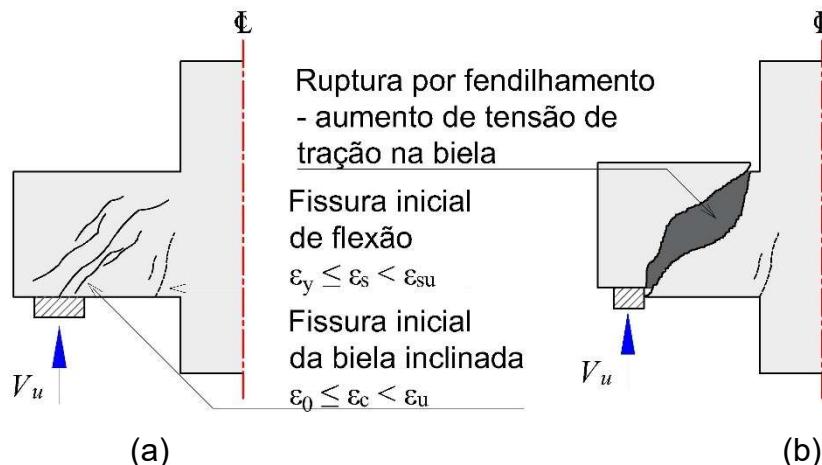
Figura 2.7 – Modo de ruptura por flexão: (a) início de fissuração; (b) Ruptura



Fonte: Adaptado de Kriz & Raths (1965) e Salman, Al-Shaarbaf & Aliewi (2014)

O modo de ruptura por fendilhamento (FE) se dá por tensão de tração transversal (f_{st}) excessiva que provoca enfraquecimento e ruptura da biela como mostrado em itens (a) e (b) da Figura 2.8. As fissuras por flexão são bem desenvolvidas apesar da falha ocorrer ao longo da linha que se estende da placa de apoio da carga em direção à junção da face inclinada do consolo com a face do pilar. A ruptura se dá na zona de compressão do concreto – item (b) da Figura 2.8.

Figura 2.8 – Modo de ruptura por fendilhamento: (a) início de fissuração; (b) Ruptura

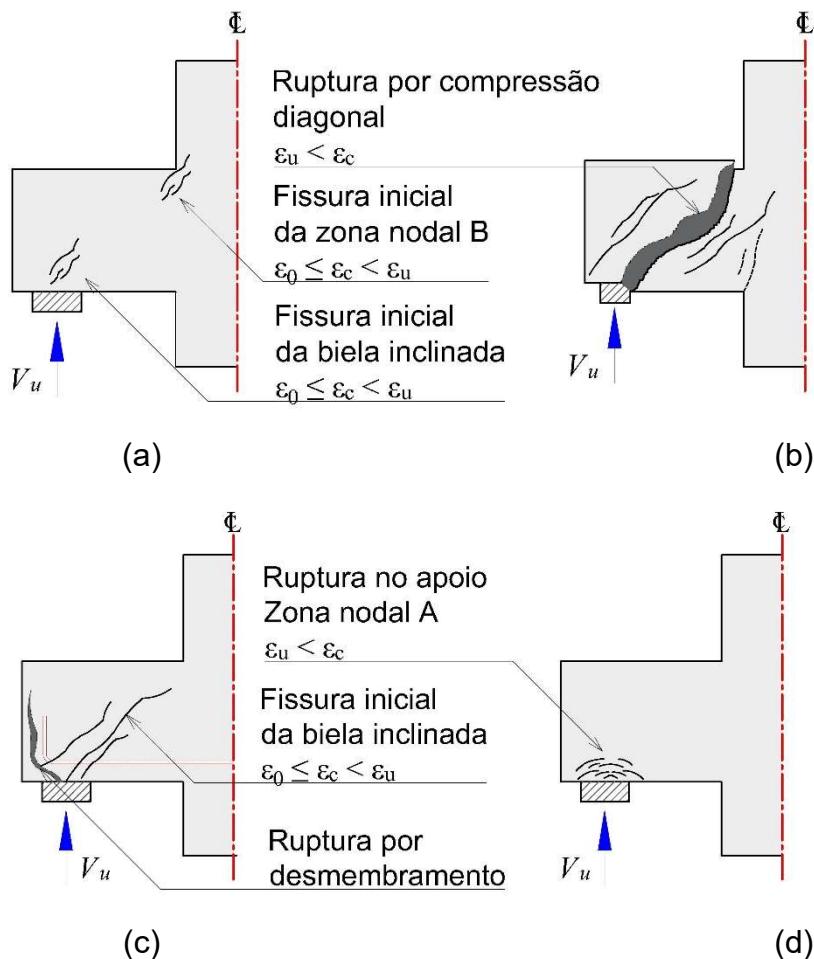


Fonte: Adaptado de Kriz & Raths (1965) e Salman, Al-Shaarbaf & Aliewi (2014)

A falha por compressão diagonal (CD) ocorre quando ε_{cu} da biela é atingido como – (a) da Figura 2.9 –, enfraquecendo a região de compressão da biela. Múltiplas fissuras curtas tanto verticais, quanto diagonais, se formam não adjacentes ao apoio e sem adentrá-lo, distantes da aplicação da carga. Isso pode ser justificado pela falta de área de aço secundário (A_{sh} ou A_{sv}) ou resistência à compressão do concreto insuficiente na biela. A ruptura se dá pelo cisalhamento – (b) da Figura 2.9.

Os mecanismos de ruptura secundários são falhas que não envolvem a seção mais profunda do consolo. Podem ser por desmembramento de uma porção do concreto devido ao aumento da abertura de fissuras que contornam a ancoragem da armadura longitudinal ou pela ruptura abaixo da placa de apoio da carga – (c) e (d) da Figura 2.9. Ambos ocorreram em cargas menores do que aquelas em que a falha teria ocorrido por um dos principais modos de ruptura anteriormente citados.

Figura 2.9 – Modos de ruptura: (a) ruptura por compressão diagonal; (b) rupturas secundárias

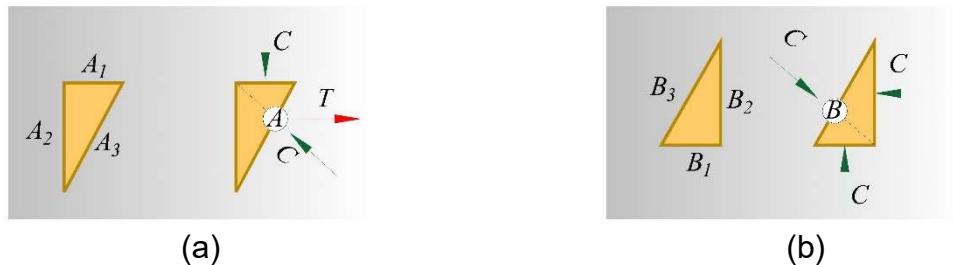


Fonte: Adaptado de Kriz & Raths (1965) e Aziz & Othman (2009)

2.2 Normalização

Os códigos internacionais ACI 318 (ACI, 2019), MC10 (FIB, 2011), NBR 6118 (ABNT, 2023) e o Eurocode 2 (CEN, 2004) utilizam o modelo biela-tirante como parte ou único método de verificação de membros estruturais com região de tensões principais descontínuas. São apresentadas, nessas normas, premissas comuns necessárias à verificação de consolos como o passo a passo para previsão dos esforços de ruptura e tipos de nós (Figura 2.10).

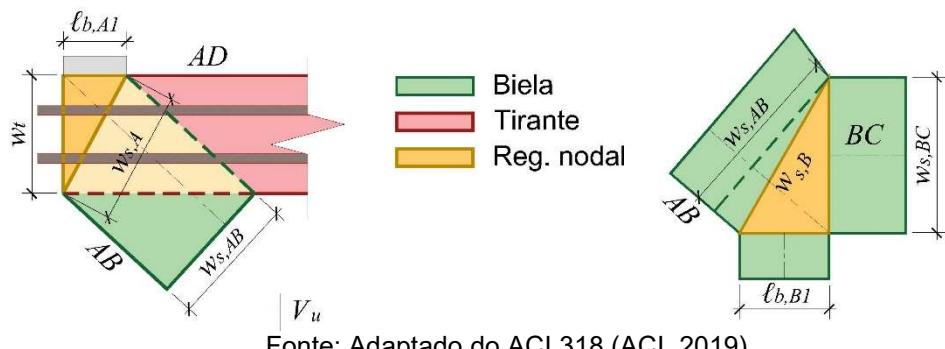
Figura 2.10 – Tipos de nó no modelo biela-tirante: (a) Nô CCT; (b) Nô CCC



Fonte: Adaptado do ACI 318 (ACI, 2019)

Esses códigos estabelecem que a verificação deve ser realizada para quatro casos: zonas nodais (B e C), biela prismática (BC), biela forma de garrafa (AB) e tirante (AD). No primeiro, cada área das faces – 1, 2 e 3 – (Figura 2.11) das regiões nodais citadas gera seis equações dependentes das larguras dos nós. Para o tirante, a área e tensão consideradas são área de aço principal (A_s) e a tensão de escoamento do aço (f_y), respectivamente, o que gera apenas uma equação.

Figura 2.11 – Geometria de regiões nodais em consolos curtos



Fonte: Adaptado do ACI 318 (ACI, 2019)

A biela BC tem forma prismática por não sofrer influência significativa de tensões de transversais de tração (σ_{ct}), ou seja, assume-se que ela esteja sob compressão uniaxial e largura ($w_{s,BC}$) constante. A biela AB tem, entretanto, forma de garrafa devido o encaminhamento das deformações principais sofrer influência representativa de σ_{ct} . A largura considerada para ela é, por isso, variável, o que gera, então, mais duas equações.

As faces localizadas na região nodal A (w_t e $w_{s,A}$) são obtidas a partir do valor fornecido da largura do aparato de apoio $\ell_{b,A1}$, que normalmente é uma placa de aço. No procedimento de dimensionamento de consolos, já se determina uma largura $\ell_{b,A1}$ suficiente para garantir que as outras faces dessa zona nodal não sofram ruptura. O modelo de verificação proposto neste trabalho visa à praticidade e não inclui, portanto, esse nó, mas abrange a biela AB e BC e o nó B a partir de três equações.

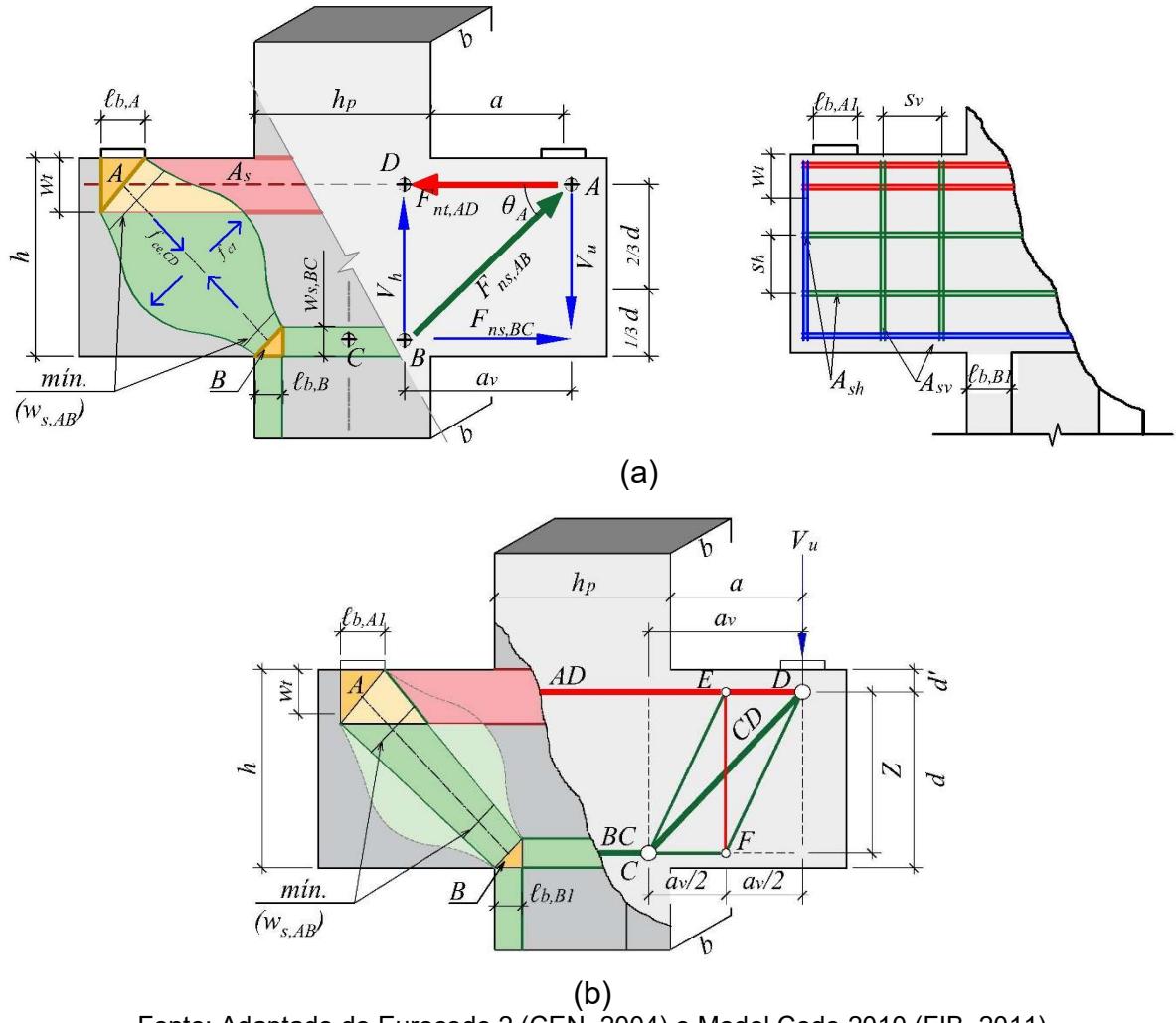
2.2.1 Modelo de cálculo

A NBR 6118 (ABNT, 2023) define consolos curtos como elementos em balanço, com a relação $0,5 \cdot d \leq a \leq d$. Essa norma prescreve uma treliça isostática idealizada com barras, sendo BC a biela prismática, AB a biela do tipo garrafa e AD é o tirante principal. Os nós e zonas nodais são A e B . As bielas inclinadas devem ter ângulo de inclinação cuja $\tan \theta$ fique limitada a 1 em relação ao tirante tracionado. As designações de barras internas são replicadas para as outras normas analisadas.

O ACI 318 (ACI, 2019) orienta que consolos com relação entre dimensões $a/d < 2$ devem ser verificados pelo método biela-tirante, ilustrado na Figura 2.12, e pelo método atrito-cisalhamento, sendo o ângulo $\theta \geq 25^\circ$. E obrigatória a utilização do MAC também em condições de relação entre dimensões $a/d < 2$ quando existir grande possibilidade de fissuração entre o plano do consolo e do pilar de apoio como interface de materiais diferentes ou concretagem em estágios distintos.

O Eurocode 2 (CEN, 2004) e o Model Code 10 (FIB, 2011) definem consolos curtos como elementos em balanço com a relação $0,50 \leq a/d \leq 2$. O ângulo entre bielas e tirantes deverá ser $1 \leq \tan \theta \leq 2$. A treliça idealizada para MBT é ilustrada na Figura 2.12 (b). Não é possível avaliar as tensões para cada barra simplesmente por equações de equilíbrio, é necessário conhecer a rigidez de duas treliças determinadas que compõem a estrutura por superposição de efeitos.

Figura 2.12 – Modelo 01 biela-tirante para consolos curtos simétricos



Fonte: Adaptado do Eurocode 2 (CEN, 2004) e Model Code 2010 (FIB, 2011)

2.2.2 Propriedades geométricas

O ACI 318 (ACI, 2019) especifica as equações para determinação de algumas dimensões como a espessura do tirante tracionado AD (w_s) através de (Eq. 2.1). A espessura da biela prismática BC é especificada genericamente para elementos que utilizam o MTB como forma de verificação de seus esforços internos como sendo $w_{s,BC} = w_t$. A espessura da biela inclinada AB é determinada como sendo a menor entre as espessuras próximas dos nós A e B ($w_{s,AB,A}$ e $w_{s,AB,B}$) – (Eq. 2.2) e (Eq. 2.3).

$$w_t = w_{s,BC} = 2 \cdot d' \quad (\text{Eq. 2.1})$$

$$w_{s,AB,B} = \ell_{b,B} \cdot \sin(\theta) + w_{s,BC} \cdot \cos(\theta) \quad (\text{Eq. 2.2})$$

$$w_{s,AB,A} = \ell_{b,A} \cdot \sin(\theta) + w_t \cdot \cos(\theta) \quad (\text{Eq. 2.3})$$

Para o ângulo formado entre o tirante AD e a biela inclinada AB (θ), tem-se a tg^{-1} da relação entre o braço de alavanca (Z), formado entre os eixos de w_t e $w_{s,BC}$, e a distância entre o centro de gravidade da aplicação da carga V_u e o eixo de reação à placa de apoio na zona nodal B ($\ell_{b,B}$) – (Eq. 2.4). A altura total é h e a altura útil da peça é d . O espaçamento entre barras de aço é s_h para as horizontais e s_v para as verticais. A_s e A_{sh} são as áreas de aço principal e secundária horizontal.

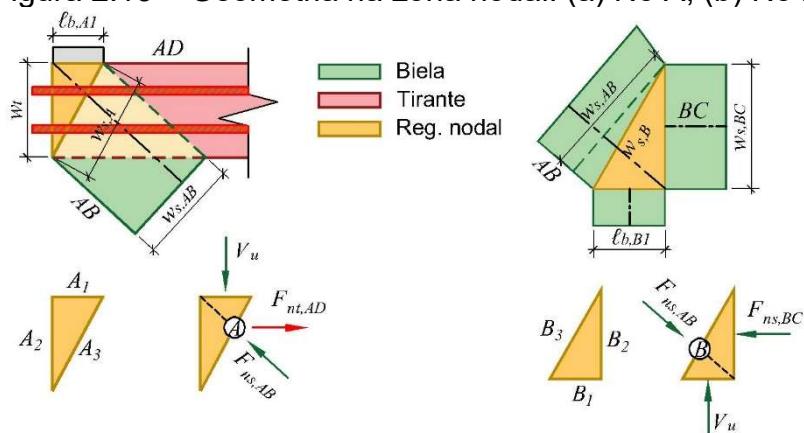
$$\theta = \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{Z}{a_v} \right) \quad (\text{Eq. 2.4})$$

2.2.3 Tensão resistente efetiva em zonas nodais

A NBR 6118 (ABNT, 2023) considera f_{ce} , (Eq. 2.7) e o coeficiente de resistência efetiva α_{v2} , (Eq. 2.8), para a situação da região nodal demonstrada no item (b) da Figura 2.13. A (Eq. 2.5) corresponde a regiões com tensões de compressão transversal ou sem tensões de tração transversal e em nós onde há encontro somente de bielas de compressão (nós do tipo CCC).

A (Eq. 2.6) é destinada a regiões com tensões de tração transversal e em nós onde há encontro de dois ou mais tirantes (nós do tipo CTT ou TTT). A (Eq. 2.7) refere-se a regiões nas quais só existe um tirante tracionado (CCT) como demonstrado em (a) da Figura 2.13.

Figura 2.13 – Geometria na zona nodal: (a) Nô A; (b) Nô B



Fonte: Adaptado do ACI 318 (ACI, 2019) e NRB 6118 (ABNT, 2023)

$$f_{ce} = 0,85 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_c \quad (\text{Eq. 2.5})$$

$$f_{ce} = 0,60 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_c \quad (\text{Eq. 2.6})$$

$$f_{ce} = 0,72 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_c \quad (\text{Eq. 2.7})$$

$$\alpha_{v2} = 1 - \left(\frac{f_c}{250} \right) \quad (\text{Eq. 2.8})$$

Para o ACI 318 (ACI, 2019), assume-se que a zona nodal sofra ruptura por esmagamento do concreto apesar da ancoragem do tirante *AD*. Se o tirante tracionado é ao menos parcialmente ancorado na zona nodal, existe uma deformação incompatível entre a deformação de tração nas barras e a deformação de compressão no concreto que envolve o nó, o que tende a enfraquecer a região pelo coeficiente de resistência efetiva (β_n) da Tabela 2.1. Com ele, poderá ser determinada a tensão resistente do concreto efetiva pela (Eq. 2.9) para os nós *A* e *B* ($f_{ce,A}$ e $f_{ce,B}$).

Tabela 2.1 – Relação de coeficientes β_n

Configuração da zona nodal	β_n
Contorno da zona nodal por biela, superfície de apoio ou ambos	1,00
Zona nodal ancorando um tirante	0,80
Zona nodal ancorando dois ou mais tirantes	0,60

Fonte: ACI 318 (ACI, 2019)

$$f_{ce,n} = 0,85 \cdot \beta_c \cdot \beta_n \cdot f_c \quad (\text{Eq. 2.9})$$

$$F_{nn} = f_{ce,n} \cdot A_{nz} \quad (\text{Eq. 2.10})$$

A força resistente efetiva na zona nodal ($F_{nn,A}$ e $F_{nn,B}$) é determinada pela (Eq. 2.10), em que A_{nz} é a área da face dependente da inclinação da biela (θ) em análise do nó onde age F_{nn} .

O Eurocode 2 (CEN, 2004) comenta que as regras para verificação da tensão resistente de compressão na zona nodal de outros membros submetidos a forças concentradas também são aplicadas em consolos curtos. As forças atuantes nos nós devem estar, para isso, em equilíbrio sem desconsiderar forças transversais de tração. A região de junção entre barras da treliça idealizada é crítica porque fica concentrada e tem tensão resistente efetiva influenciada pelas zonas de ancoragem, armadura de tração e construtiva.

A $f_{ce,n}$ na zona nodal em que não há tirantes ancorados e solicitada à compressão no nó do tipo CCC sofrerá redução pelo fator ν , calculado pela (Eq. 2.14) e pelo coeficiente k_1 . A resistência na região de nó solicitada por compressão e tração, ou seja, na qual exista tirante ancorado em uma ou duas direções é determinada pela (Eq. 2.12) e tem o valor recomendado de $k_2 = 0,85$. E, quando existirem dois tirantes atuando em direções ortogonais, $k_3 = 0,75$ e se utiliza (Eq. 2.13).

$$f_{ce,n} = k_1 \cdot \nu \cdot f_c \quad (\text{Eq. 2.11})$$

$$f_{ce,n} = k_2 \cdot \nu \cdot f_c \quad (\text{Eq. 2.12})$$

$$f_{ce,n} = k_3 \cdot \nu \cdot f_c \quad (\text{Eq. 2.13})$$

$$\nu = 1 - \frac{f_c}{250} \quad (\text{Eq. 2.14})$$

O Model Code 2010 (FIB, 2011) considera que as zonas nodais mostradas na Figura 2.13 falham após atingir a tensão nominal resistente efetiva ($f_{ce,n}$), determinada pela (Eq. 2.18). A resistência na zona nodal na qual não há tirantes ancorados sofrerá redução pelo coeficiente k_c da (Eq. 2.16). trata-se de nó do tipo CCC. A resistência na região de nó solicitada por compressão e tração, ou seja, na qual exista tirante ancorado em uma (CCT) ou duas direções (CTT) como demonstrado no item (a) da Figura 2.13 sofrerá redução pelo fator k_c , calculado pela (Eq. 2.17).

$$\eta_{fc} = \left(\frac{30}{f_c} \right)^{1/3} \leq 1,0 \quad (\text{Eq. 2.15})$$

$$k_1 = 1,0 \cdot \eta_{fc} \quad (\text{Eq. 2.16})$$

$$k_2 = 0,75 \cdot \eta_{fc} \quad (\text{Eq. 2.17})$$

$$f_{ce,n} = k_c \cdot f_c \quad (\text{Eq. 2.18})$$

2.2.4 Armadura secundária

A NBR 6118 (ABNT, 2023) não permite o projeto de consolos curtos ou muito curtos sem armadura de costura – título dado à armadura secundária horizontal (A_{sh}) – por ser fundamental para conferir mais ductilidade, impedir abertura de fissuras por fendilhamento, porém, sem ganho de carga máxima. Os consolos curtos devem ter A_{sh}

mínima igual a 40 % da A_s do tirante, distribuída na forma de estribos horizontais em uma altura igual a $2/3 \cdot d$.

Existem tensões de tração (f_{st}) atuando na região central e transversalmente ao eixo da biela AB que provocam a fissuração mostrada no item (c) da Figura 2.15 devido espalhamento e a modificação da direção principal das tensões resistentes de compressão. O ACI 318 (ACI, 2019) considera que as tensões principais de compressão são espalhadas a uma inclinação de 2:1 (longitudinal: transversal). A essa configuração, dá-se o nome de “formato de garrafa”.

Essa norma orienta a utilização de A_{sh} , cuja taxa é determinada na (Eq. 2.19) e taxa mínima $\rho_{2,min}$ (Tabela 2.2), para controle de fissuração gerado por tração na biela e não pode exceder o espaçamento vertical (s_v) ou horizontal (s_h) entre barras em 300 mm e θ em 40°. V_u deve ser limitado à (Eq. 2.20) para que a biela não sofra falha provocada por tração na biela. Esterços verticais devem ser atribuídos com área (A_{sv}) maior ou igual a metade da área de armadura do tirante (A_s) para aumentar a capacidade resistente de compressão da biela e garantir ductilidade.

$$\rho_2 = \frac{A_{sv}}{b \cdot s_v} \cdot \cos \theta + \frac{A_{sh}}{b \cdot s_h} \cdot \sin \theta \quad (\text{Eq. 2.19})$$

Tabela 2.2 – Taxa de armadura secundária mínima

Arranjo da armadura	$\rho_{2,min}$
Grade ortogonal	0,0025 em cada direção
Direção transversal da biela em θ	$0,0025/\sin^2 \theta$

Fonte: ACI 318 (ACI, 2019)

Nessa situação β_s será 0,75 segundo o critério (d) da Tabela 2.4. O fator de ajuste λ_s será considerado 1 se $\rho_{2,min}$ satisfizer às condições estabelecidas na Tabela 2.2 e será determinado pela equação (Eq. 2.21) caso contrário. A taxa de aço mínima tem função de garantir a resistência da biela ao fendilhamento. Ela é usada para o cálculo da carga máxima nominal (V_u) quando a biela está sendo avaliada ao fendilhamento.

$$V_u \leq 0,42 \cdot \tan \theta \cdot \lambda_s \cdot \sqrt{f_c} \cdot b \cdot d \quad (\text{Eq. 2.20})$$

$$\lambda_s = \sqrt{\frac{2}{1 + 0,004 \cdot d}} \leq 1 \quad (\text{Eq. 2.21})$$

O Eurocode 2 (CEN, 2004) orienta que consolos curtos devem ter armadura secundária vertical distribuída ao longo do comprimento da biela AB , mesmo onde as trajetórias de compressão são descontínuas. A força de tração $F_{nt,EF}$ é determinada pela (Eq. 2.22) e A_{sh} é a área de aço secundária vertical para o cálculo, sendo a armadura mínima a (Eq. 2.24) e sem ganho de carga máxima.

$$F_{nt,EF} = \frac{V_s}{3} \cdot \left(2 \cdot \frac{a_v}{Z} - 1 \right) \quad (\text{Eq. 2.22})$$

$$A_{sv} = \frac{F_{nt,EF}}{f_y} \quad (\text{Eq. 2.23})$$

$$A_{sv,min} \geq 0,5 \cdot \frac{V_s}{f_y} \quad (\text{Eq. 2.24})$$

O Model Code 2010 (FIB, 2011) não determina A_{sh} para consolos curtos no estado limite último. É importante ressaltar, ainda, que resultados teóricos e experimentais indicam que a região posterior à biela de compressão no sentido contrário ao apoio fica isenta de tensões e não contribui para a resistência do consolo. Isso possibilita aplicar um chanfro na forma da peça a fim de gerar economia. Essa parte do elemento é, dessa forma, desconsiderada no dimensionamento, mas se adota apenas armadura mínima construtiva, constituída por estribos horizontais.

2.2.5 Tensão resistente efetiva da biela

A NBR 6118 (ABNT, 2023) orienta que a verificação à compressão da biela ou do cisalhamento equivalente na face do pilar seja realizada evitando a ruptura frágil. A resistência efetiva de compressão em bielas ($f_{ce,s}$) é modificada pelo coeficiente de resistência efetiva (α_{v2}), dado pela (Eq. 2.8). Para a biela prismática sem tirantes atravessados, como BC , utiliza-se α_{v2} fornecido pela (Eq. 2.5). A (Eq. 2.7) é destinada a bielas atravessadas por um tirante, como AB por sofrer esforço de transversal (f_{st}).

O ACI 318 (ACI, 2019) considera que a tensão resistente de compressão do concreto (f_c) em vigas e pilares tende a ser menor que o registrado no ensaio de

compressão simples no corpo de prova. Para peças submetidas a flexão, essa redução é considerada aplicando o fator de carga ($0,85 \cdot f_c$) no bloco retangular no diagrama parábola-retângulo. Para bielas, isso também é considerado e o cálculo da tensão resistente efetiva na biela AB ($f_{ce,AB}$) é determinado pela (Eq. 2.25).

Tabela 2.3 – Relação de coeficientes β_c

Local	β_c
Final da biela conectada a um nó com placa de apoio	$\sqrt{A_2/A_1}$
Nó que inclui placa de apoio	2,0
Outros casos	1,0

Fonte: ACI 318 (ACI, 2019)

Tabela 2.4 – Relação de coeficientes β_s

Local da biela	Item	Tipo de biela	Critério	β_s
Membros ou zonas de membros tracionados	(a)	Todas	Todos os casos	0,40
	(b)	Início e fim da biela	Todos os casos	1,00
	(c)	Interior da biela	Se satisfaz a Tabela 2.2	0,75
Todos os outros casos	(d)	Interior da biela	Se satisfaz a (Eq. 2.20)	0,75
	(e)	Interior da biela	Junta viga-pilar	0,75
	(f)	Interior da biela	Casos restantes e (A_{s2}) insuficiente	0,40

Fonte: ACI 318 (ACI, 2019)

No projeto, as bielas são geralmente idealizadas como membros prismáticos de compressão. Se a área da biela for diferente em suas duas extremidades, devido a diferentes propriedades geométricas da zona nodal nas duas extremidades ou a diferentes comprimentos de suporte, a biela é idealizada como um membro de compressão côncico uniforme.

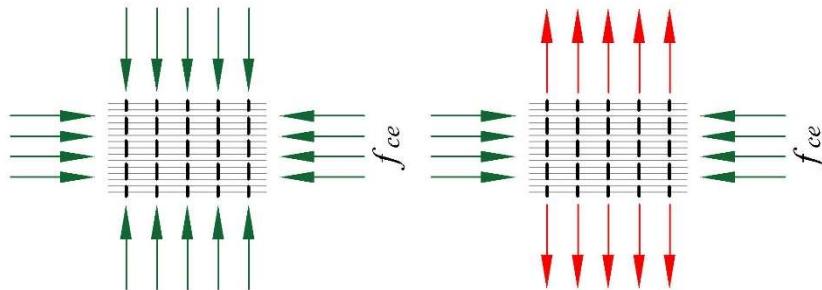
A $f_{ce,AB}$ inclui o coeficiente de resistência efetiva formado pelo produto entre os fatores β_s e β_c , especificados em Tabela 2.3 e Tabela 2.4. O primeiro considera uma potencial fissuração longitudinal ao longo da biela AB devido à tensão solicitante de tração transversal. O segundo está associado ao confinamento do concreto no final da biela comprimida e na zona nodal a que os conecta. A resistência efetiva nas bielas AB e BC ($F_{ns,AB}$ e $F_{ns,BC}$) é determinada pela (Eq. 2.26).

$$f_{ce,s} = 0,85 \cdot \beta_c \cdot \beta_s \cdot f_c \quad (\text{Eq. 2.25})$$

$$F_{ns} = f_{ce,s} \cdot A_{cs} \quad (\text{Eq. 2.26})$$

Para o Eurocode 2 (CEN, 2004), a $f_{ce,s}$ das bielas de compressão é calculada mediante o coeficiente de resistência efetivo: ν . Para bielas nas quais há uma região com ou sem tensão solicitante transversal de compressão, como mostrado no item (a) da Figura 2.14, ν não é aplicado e a tensão resistente da biela será o próprio f_c . Para bielas nas quais há uma região com tensão (f_{st}), como mostrado no item (b) da Figura 2.14, a tensão resistente da biela será determinada pela (Eq. 2.27).

Figura 2.14 – Regiões de solicitação de tensão principal em bielas



Fonte: Adaptado do Eurocode 2 (CEN, 2004)

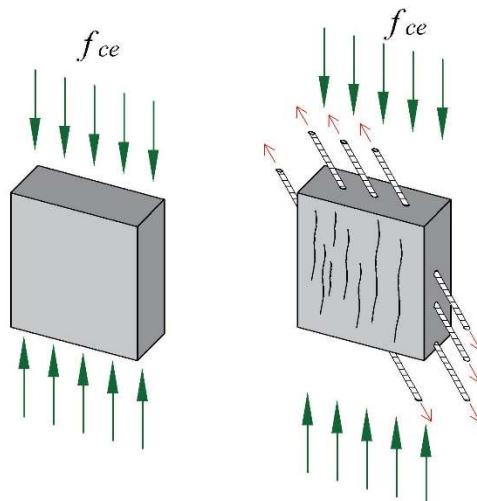
$$f_{ce,s} = 0,6 \cdot \nu \cdot f_c \quad (\text{Eq. 2.27})$$

O cálculo de $f_{ce,s}$ para o Model Code 2010 (FIB, 2011) é realizado pela (Eq. 2.29) e considera o coeficiente de resistência efetiva k_c determinado pela equação (Eq. 2.16) para bielas com estado de compressão uniaxial – item (a) da Figura 2.15. O k_c para bielas ou campos de tensão principal de compressão armados obliquamente com ângulos menores que 65° em relação à direção da compressão como demonstrado no item (b) da Figura 2.15 deverá ser calculado pela (Eq. 2.28). O fator η_{fc} , em MPa, é determinado pela equação (Eq. 2.15).

$$k_3 = 0,55 \cdot \eta_{fc} \quad (\text{Eq. 2.28})$$

$$f_{ce,s} = k_3 \cdot f_c \quad (\text{Eq. 2.29})$$

Figura 2.15 – Estados de compressão: (a) Condição de compressão uniaxial; (b) Tração oblíqua à direção de compressão.



Fonte: Model Code (FIB, 2011)

2.2.6 Tensão resistente efetiva do tirante

A NBR 6118 (ABNT, 2023) faz importantes recomendações referentes às boas práticas de disposição da armadura. Por exemplo, garantir que o tirante se estenda da face externa do consolo até a face oposta do pilar (ou apoio) e cuidar da ancoragem da armadura prevista para esse tirante, nas duas extremidades. Na extremidade do consolo não pode ser usado gancho no plano vertical, para evitar ruínas por ruptura de canto ou do cobrimento lateral do gancho.

Nessa região, sob carga concentrada, deve ser usada uma ancoragem mais eficiente, como alças no plano horizontal ou barras transversais soldadas à armadura do tirante, ou chapas metálicas soldadas nas extremidades das barras dessa armadura (tirante). A $A_{s,min}$ deve ser avaliada considerando-se o mesmo critério utilizado para uma viga com base e altura respectivamente iguais a (b) e (h) .

O ACI 318 (ACI, 2019), NBR 6118 (ABNT, 2023), Eurocode 2 (CEN, 2004) estabelecem que a armadura do tirante pode ser distribuída em várias camadas a partir da borda superior e deve ser ancorada em laço no lado da carga. Alternativamente pode-se soldar uma barra transversal de igual diâmetro à armadura do tirante, após a região de aplicação da carga. A ancoragem da armadura do tirante na peça que suporta o consolo é garantida por meio do comprimento mínimo de ancoragem proposto pela norma utilizada para o cálculo.

É citada ainda a possibilidade de vigas orientadas transversalmente ao consolo e concretadas monoliticamente transferirem carga concentrada indireta. Para o caso, deve ser utilizada armadura de suspensão com estribos verticais, que são distribuídos na zona de cruzamento do consolo com a viga geradora da carga de reação. Considera-se também utilizar barras inclinadas com a mesma função se as verticais não forem suficientes para garantir a resistência de tração.

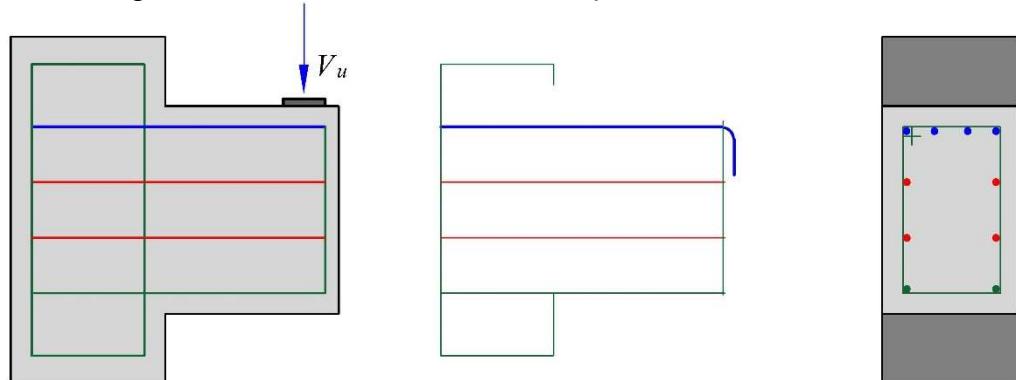
Essas normas prescrevem que o centroide da armadura tracionada, cujo mínimo é determinado por (Eq. 2.30), deve coincidir com o eixo do tirante, que é formado pelo conjunto de camadas de armadura principal e o prisma de concreto que as envolve, com a tensão resistente estabelecida por (Eq. 2.31). A dimensão (w_t) é a largura efetiva que envolve a armadura e o limite inferior é o dobro a distância da superfície superior de concreto ao centroide da armadura do tirante (d').

$$A_s \geq 0,04 \cdot \frac{f_c}{f_y} \cdot b \cdot d \quad (\text{Eq. 2.30})$$

$$F_{nt} = f_y \cdot A_{ts} \quad (\text{Eq. 2.31})$$

O concreto é incluído no tirante para estabelecer as larguras das faces das zonas nodais (Figura 2.16) e auxiliar na transferência de cargas das bielas aos tirantes ou do aparelho de apoio através da aderência com armadura, mas não contribui para aumentar (F_{nt}), apesar de aumentar a rigidez axial do nó devido ao enrijecimento provocado pela tração. Isso é considerado quando é feita uma análise não linear física das ligações. A tensão de escoamento e a tensão última do aço são f_y e f_u , respectivamente e A_s é a área de aço das barras no tirante.

Figura 2.16 – Armadura ancorada por aderência em nó CCT



Fonte: Adaptado da NBR 6118 (ABNT, 2023)

Referente às condições de execução da ancoragem na região nodal solicitada por compressão e tração, o Model Code 10 (FIB, 2011) e o Eurocode 2 (CEN, 2004) recomendam que a ancoragem da armadura inicie na face interna no do nó, tomando todo o seu comprimento. Indica-se, ainda, que as dimensões (b) e (d) do consolo atendam não só ao comprimento mínimo de ancoragem (ℓ_{anc}) como também cumpram o dever de proporcionar um estado de compressão pura à região nodal.

2.3 TRABALHOS REALIZADOS

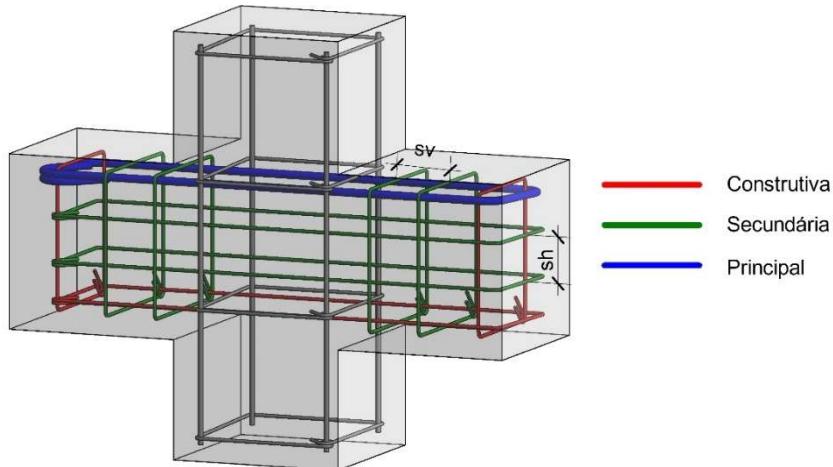
2.3.1 Abdul-razzaq & Dawood (2020)

O estudo de Abdul-razzaq & Dawood (2020) compara a aplicação dos métodos de bielas-tirante e atrito cisalhamento a partir do ensaio até a capacidade última de consolos com diferentes relações a/d . Foram feitas três amostras de concreto armado com a mesma altura e largura, mas com distância a variável, $h = 390\text{ mm}$ e $b = 115\text{ mm}$, como mostrado na Tabela 2.6. Os consolos são C0.5, C1 e C1.5 e possuem relação a/d para de 0,5, 1 e 1,5, respectivamente.

As dimensões do pilar são as mesmas em todos os espécimes: $250 \times 115\text{ mm}$. A armadura principal nos consolos foi distribuída em 2 camadas com 2 barras de 12 mm de diâmetro ($4\varnothing 12$). A armadura secundária horizontal (A_{sh}) em C1,0 e C1,5 possui $\varnothing 6\text{ mm}$ a cada 50 mm e a secundária vertical (A_{sv}) tem $\varnothing 6\text{ mm}$ a cada 70 mm, enquanto a armadura secundária de C0.5 é apenas horizontal (A_{sh}) com $\varnothing 6\text{ mm}$ a cada 50 mm.

O estudo utiliza cimento Portland comum tipo I. Para as misturas de concreto, utilizou-se areia natural com massa específica de 2,6. O diâmetro máximo do agregado graúdo é de 10 mm (pedra britada). A Tabela 2.6 mostra as propriedades mecânicas das barras de aço utilizadas. As misturas de materiais utilizados neste estudo estão resumidas na Tabela 2.5.

Figura 2.17 – Legenda dos consolos analisados



Fonte: Abdul-razzaq & Dawood (2020)

Tabela 2.5 – Dosagem e Propriedades do concreto utilizado

Consolo	Dosagem				f_c (MPa)	E_c^* (MPa)
	Cimento (kg/m ³)	Areia (kg/m ³)	Brita (kg/m ³)	Água (kg/m ³)		
C0,5					33,05	27,020
C1,0	340	780	780	204	33,63	27,256
C1,5					33,75	27,305

$*E_c = 4700 \cdot \sqrt{f_c}$ fornecido pelo (ACI, 2019)

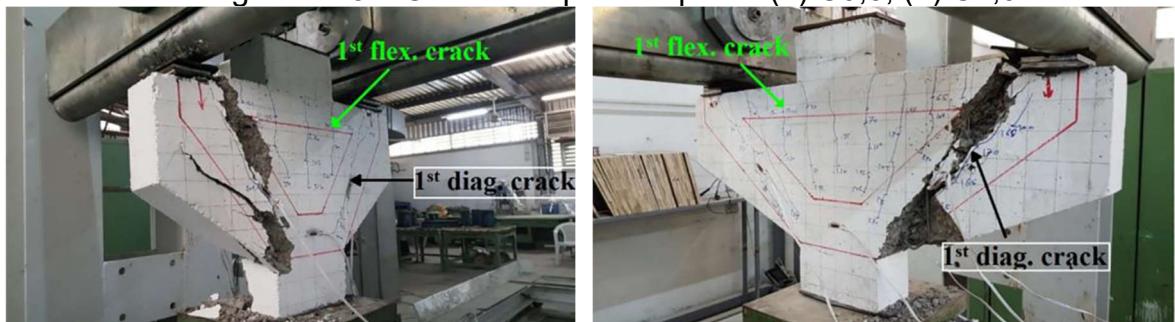
Fonte: Abdul-razzaq & Dawood (2020)

Tabela 2.6 – Propriedades geométricas e do aço

Consolo	a/d	a	d	b	ℓ_b	A_s	f_y	A_h	f_{yh}	A_v	f_{yv}
C0,5	0,5	175	350	115	90	452	450	226	497	0	497
C1,0	1	350	350	115	90	452	450	226	497	282	497
C1,5	1,5	525	350	115	90	452	450	226	497	395	497

Fonte: Abdul-razzaq & Dawood (2020)

Figura 2.18 – Consolos após a ruptura: (a) C0,5, (b) C1,0



Fonte: Abdul-razzaq & Dawood (2020)

O consolo C0,5, item (a) da Figura 2.18 apresentou, primeiramente, uma fissura ao longo da interface coluna e consolo em cerca de $0,19 \cdot V_f$. Enquanto esta fissura se propagava, uma segunda fissura foi registrada na borda interna da placa de apoio em

cerca de $0,34 \cdot V_f$. A segunda fissura, que se revelou a maior, foi responsável pela ruína por compressão da biela.

Os padrões de fissuração e ruína do espécime C1, foram semelhantes aos de C0,5. As primeiras fissuras por flexão ocorreram $0,11 \cdot V_f$ e, em $0,33 \cdot V_f$, as primeiras fissuras diagonais apareceram. À medida que a carga aumentava, a fissura diagonal se desenvolvia e as tensões se concentraram na zona entre a carga aplicada e o pilar, proporcionando o início da ruína frágil. Vale ressaltar que o número de fissuras aumentou e se distribuiu mais intensamente ao longo do trajeto em relação ao C0,5.

Para o espécime C1.5, $a/d = 1,5$, as primeiras fissuras por flexão apareceram em cerca de $0,12 \cdot V_f$ e foram semelhantes às de uma viga convencional em balanço. Após aproximadamente $0,3 \cdot V_f$, as fissuras diagonais iniciaram-se na zona da placa de apoio e se propagaram para a junção da face inclinada consolo e do pilar. Com o aumento da carga, as fissuras inclinadas se alargaram e continuaram se propagando, provocando novas fissuras que se formaram paralelamente.

Tabela 2.7 – Registros dos ensaios

Consolo	V_{MAC} (kN)	Rupt. teor. MAC	V_{MBT} (kN)	Rupt. teor. MBT	V_{f-flex} (kN)	V_{f-diag} (kN)	V_u (kN)	Δ_f (mm)	Rupt. exp. MAC	Rupt. exp. MBT
C0,5	479,2	C	440,1	CB	110	190	566	8,13	C	CB
C1,0	370,8	F	327,8	CB&T	50	150	450	9,29	C	CB
C1,5	247,5	F	227,2	T	45	110	362	11	F	T

Fonte: Abdul-razzaq & Dawood (2020)

2.3.2 Hwang, Lu & Lee (2000)

O modelo proposto por Hwang, Lu & Lee (2000) é analítico e baseado na teoria de bielas e tirantes, considerando a carga máxima para a ruptura do consolo por compressão do concreto em estado fissurado da biela diagonal AB . Para isso, foram verificadas as condições de equilíbrio, compatibilidade e as relações constitutivas. A análise é iniciada pela determinação do ângulo θ , formado entre a biela AB e o tirante AD .

Depois disso, avaliou-se que a componente de força horizontal $F_{ns,BC}$ é igual à força resultante de compressão no ponto B devido à flexão, ou seja, $F_{ns,BC} = F_{nt,AD} - V_{uh}$ (Figura 2.19). O braço de alavanca Z de uma seção de concreto com armadura simples foi determinado pela equação (Eq. 2.32). A altura da zona de

compressão na seção $w_{s,AB}$ é $k \cdot d$, em que o coeficiente k foi definido pela equação (Eq. 2.33) e η é a relação entre o E_c e o E_s .

$$Z = d - \frac{k \cdot d}{3} \quad (\text{Eq. 2.32})$$

$$k = \sqrt{(\eta \cdot \rho)^2 + 2 \cdot \eta \cdot \rho} - \eta \cdot \rho \quad (\text{Eq. 2.33})$$

Figura 2.19 – Modo de ruptura típico em consolos curtos e forças internas no modelo de bielas e tirantes

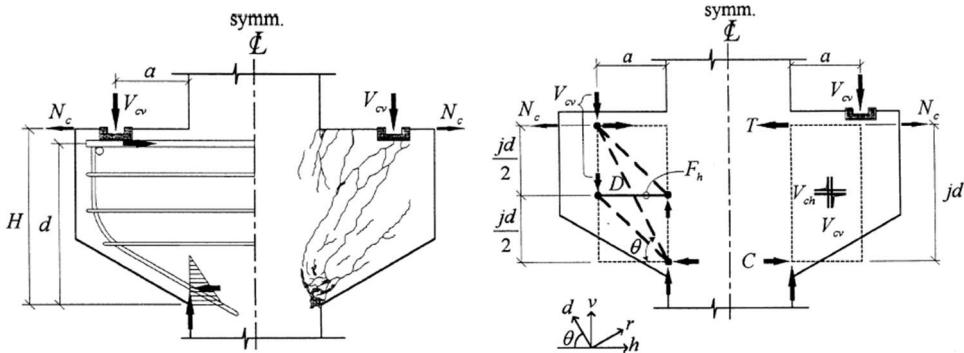


Fig. 1—Typical shear failures in corbels.

Fig. 2—Strut-and-tie model for internal forces

Fonte: Hwang, Lu & Lee (2000)

O próximo passo foi a verificação das condições de equilíbrio, dadas a partir da soma de forças mostradas na equação (Eq. 2.34). Em que $F_{ns,AB}$ é a força de compressão na biela diagonal, $F_{nt,EF}$ é a força de tração no tirante horizontal EF . As razões entre os dois mecanismos que determinam V_u são determinados na equação (Eq. 2.35) em que R_d e R_h são as razões de V_u resistido pelos mecanismos diagonal e horizontal, respectivamente, e podem ser definidos por (Eq. 2.36) e (Eq. 2.37).

$$V_u = -F_{ns,AB} \cdot \sin \theta + F_{nt,EF} \cdot \tan \theta \quad (\text{Eq. 2.34})$$

$$\frac{-F_{ns,AB} \cdot \sin \theta}{F_{nt,EF} \cdot \tan \theta} = \frac{R_d}{R_h} \quad (\text{Eq. 2.35})$$

$$R_d = 1 - \gamma_h \quad (\text{Eq. 2.36})$$

$$R_h = \gamma_h \quad (\text{Eq. 2.37})$$

A parcela horizontal mencionada transferida pela armadura horizontal secundária foi γ_h , definida pela expressão (Eq. 2.38). A tensão máxima de compressão $\sigma_{d,max}$ é a resultante da soma das forças de compressão nas bielas

diagonais e planas sobre a zona nodal e foi estimada pela equação (Eq. 2.39). Se a tensão na placa de apoio na zona nodal $\sigma_{d,max}$ atingir a capacidade do concreto, a carga vertical máxima do consolo será alcançada.

$$\gamma_h = \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \theta - 1}{3} \quad \forall 0 \leq \gamma_h \leq 1 \quad (\text{Eq. 2.38})$$

$$\sigma_{d,max} = \frac{1}{A_s} \left\{ D - \frac{\cos \left[\theta - \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{Z}{2 \cdot a} \right) \right]}{\cos \left[\operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{Z}{2 \cdot a} \right) \right]} \cdot F_h \right\} \quad (\text{Eq. 2.39})$$

Hwang, Lu & Lee (2000) utilizaram as relações constitutivas dos materiais propostas por Zhang e Hsu (1998). Nelas, a curva tensão-deformação para o concreto fissurado pode ser representada por (Eq. 2.40), (Eq. 2.41) e (Eq. 2.42).

$$\sigma_d = -\zeta \cdot f_c \cdot \left[2 \cdot \left(\frac{-\varepsilon_d}{\zeta \cdot \varepsilon_0} \right) - \left(\frac{-\varepsilon_d}{\zeta \cdot \varepsilon_0} \right)^2 \right] \quad \forall \frac{-\varepsilon_d}{\zeta \cdot \varepsilon_0} \leq 1 \quad (\text{Eq. 2.40})$$

$$\sigma_d = -\zeta \cdot f_c \cdot \left[1 \cdot \left(\frac{-\frac{\varepsilon_d}{\zeta} \cdot \varepsilon_0 - 1}{\frac{2}{\zeta} - 1} \right)^2 \right] \quad \forall \frac{-\varepsilon_d}{\zeta \cdot \varepsilon_0} > 1 \quad (\text{Eq. 2.41})$$

$$\zeta = \frac{5,8}{\sqrt{f_c}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + 400 \cdot \varepsilon_r}} \leq \frac{0,9}{\sqrt{1 + 400 \cdot \varepsilon_r}} \quad (\text{Eq. 2.42})$$

Nas equações, σ_d é a tensão principal média do concreto na direção d , ζ é o coeficiente de fissuração, ε_d e ε_r são as deformações principais médias nas direções d e r , respectivamente. E ε_0 é a deformação do concreto correspondente a f_c , que pode ser definida aproximadamente como na equação (Eq. 2.43). Se a relação tensão-deformação do aço for assumida como elástica-perfeitamente-plástica, então a tensão pode ser determinada por (Eq. 2.44) e (Eq. 2.45).

$$\varepsilon_0 = 0,002 + 0,001 \cdot \frac{f_c - 20}{80} \quad \forall 20 \leq f_c \leq 100 \quad (\text{Eq. 2.43})$$

$$f_h = E_s \cdot \varepsilon_h \quad \forall \varepsilon_h < \varepsilon_{yh} \quad (\text{Eq. 2.44})$$

$$f_h = f_{yh} \quad \forall \varepsilon_h \geq \varepsilon_{yh} \quad (\text{Eq. 2.45})$$

Nessas equações, a tensão de tração e a deformação média da ligação horizontal são, respectivamente, f_h e ε_h . A tensão de escoamento, a deformação da armadura secundária horizontal e a área de aço secundária são, respectivamente, f_{yh} , ε_{yh} e A_{sh} . Portanto, com base nas relações constitutivas simplificadas do aço, a relação entre força e deformação da ligação horizontal pode ser construída pela (Eq. 2.46).

$$F_h = A_{sh} \cdot E_s \cdot \varepsilon_h \leq F_{yh} \quad (\text{Eq. 2.46})$$

Em uma análise rigorosa, que simula elementos de placa, a condição de compatibilidade deve ser satisfeita pela equação (Eq. 2.47). Na qual ε_h e ε_v são as deformações normais médias nas direções h e v , respectivamente. Essa igualdade mostra que a soma das deformações normais na direção perpendicular é uma constante.

$$\varepsilon_r + \varepsilon_d = \varepsilon_h + \varepsilon_v \quad (\text{Eq. 2.47})$$

A equação (Eq. 2.47) é utilizada para estimar o valor da deformação principal de tração ε_r , que está diretamente relacionada o comportamento do concreto fissurado conforme a equação (Eq. 2.42). Para não superestimar o efeito da fissuração em situações em que esse comportamento é assumido como o escoamento de todas as armaduras que atravessam a fissuras, foi proposto definir um valor limite de ε_r .

Recomenda-se que o valor seja definido como o nível de deformação em que a tensão principal de tração é limitada pelo escoamento da armadura que atravessa as fissuras. Com esse objetivo, o valor de ε_h é limitado por ε_{yh} após o escoamento ou o valor de ε_h é definido para uma deformação de 0,002 para consolos sem armadura secundária horizontal (A_{sh}). O valor escolhido de 0,002 é imposto a ε_v na (Eq. 2.47) para consolos com relação $a/Z > 0,5$, e $\varepsilon_v = 0$ para consolos com $a/Z \leq 0,5$.

2.3.3 Campione & Cannella (2020)

Campione & Cannella (2020) propõe um modelo de verificação de consolos e correlaciona os resultados com o programa experimental. Tratam-se de duas

amostras de consolos sem fibras, com os detalhes de geometria e armadura especificados na Tabela 2.8. Cada amostra possui duas barras longitudinais, com diâmetro de 10 mm, e um dos consolos possui a mesma armadura principal e quatro barras horizontais secundárias (A_{sh}), com diâmetro 6 mm.

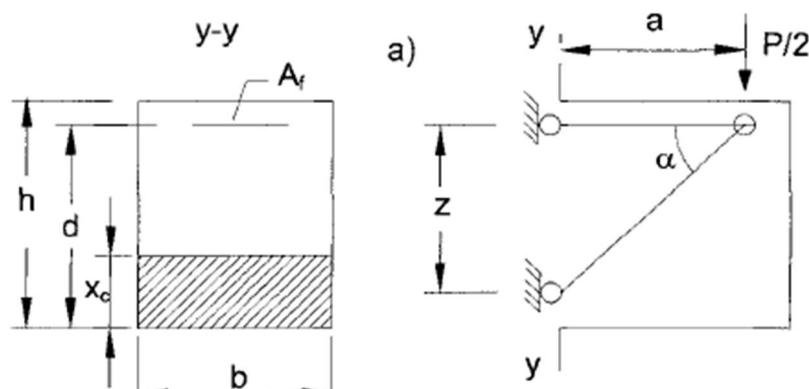
Tabela 2.8 – Geometria, armadura e carga máxima

Consolo	a	b	h	a/d	ρ	ρ_h	f_c	V_u
C4	130	160	160	0,93	0,70	0,76	48,50	98,83
C3	130	160	160	0,93	0,70	-	48,50	77,60

Fonte: Campione, La Mendola & Papia (2005)

O modelo é baseado em bielas e tirantes para o concreto no estado fissurado. Os casos examinados referem-se a consolos submetidas a forças verticais e horizontais como mostrado na Figura 2.20. O esquema estático adotado foi o de uma estrutura de treliça única ou múltipla equivalente. A treliça simples refere-se às amostras que possuem apenas armadura principal (A_s), enquanto o modelo de múltiplas treliças refere-se às amostras com armadura principal e secundária.

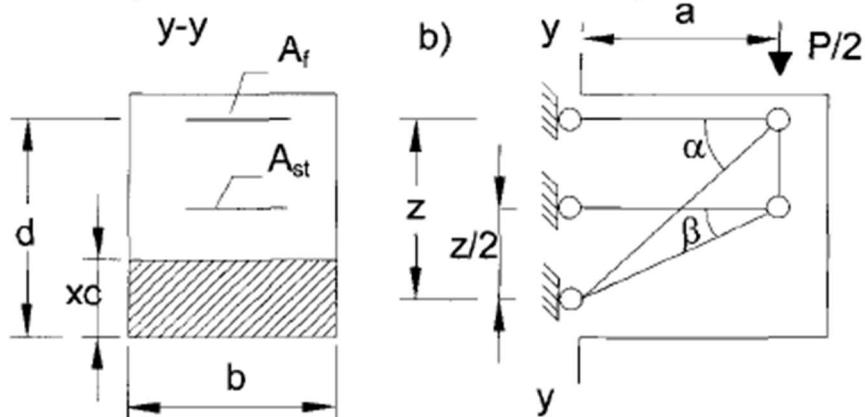
Figura 2.20 – Modelo estático de treliça única



Fonte: Campione & Cannella (2020)

O esquema estático apresentado da Figura 2.21 foi constituído por duas treliças simples: uma denominada treliça principal, com o membro comprimido e ângulo α , conectado ao tirante AD . A outra é denominada treliça secundária e possui o elemento comprimido inclinado com ângulo β e conectado ao tirante EF . Para o desenvolvimento do modelo, foi realizada uma verificação das relações constitutivas assumidas para o concreto em tração e em compressão e barras de aço sob tração.

Figura 2.21 – Modelo estático de treliça única



Fonte: Campione & Cannella (2020)

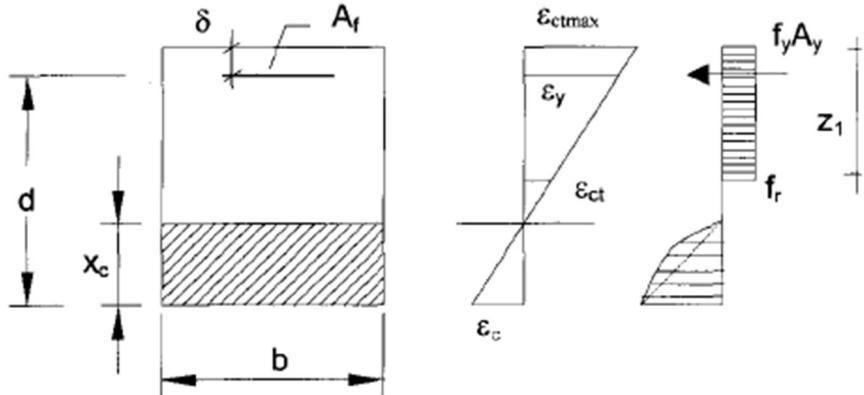
Para isso, foi adotado o coeficiente ξ , proposto por Hwang, Lu & Lee (2000) na equação (Eq. 2.48). Ele reduz a resistência uniaxial à compressão (f_c) para considerar o estado de tensões biaxiais que modifica o comportamento do concreto devido à presença de fissuras transversais. Na equação (Eq. 2.48), a deformação média no sentido perpendicular às fissuras principais é ε_r . Esse valor pode ser assumido como igual à f_y se a falha dos elementos comprimidos estiver sendo dimensionada para f_y .

$$\xi = \frac{5,8}{\sqrt{f_c}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + 400 \cdot \varepsilon_r}} \leq \frac{0,9}{\sqrt{1 + 400 \cdot \varepsilon_r}} \quad (\text{Eq. 2.48})$$

A área da seção transversal da biela equivalente inclinada foi definida como $A_{c1} = w_{s,BC} \cdot \cos \theta \cdot b$, sendo $w_{s,BC}$ a profundidade da linha neutra na seção estabelecida próxima à união com o pilar. Ela é determinada por equilíbrio de forças com a armadura principal dimensionada para o escoamento. E contribuição do concreto sob tração é f_{ct} , constante para o comprimento Z_1 – (Eq. 2.49).

$$Z_1 = (d - x_c) \cdot \left(1 - \frac{f_{ct}}{f_y} \cdot \frac{E_s}{E_{ct}} \right) + \delta \quad (\text{Eq. 2.49})$$

Figura 2.22 – Distribuição de deformações na seção transversal do consolo



Fonte: Campione, La Mendola & Papia (2005)

O autor considera que a treliça principal tem como tirante a armadura principal, enquanto a treliça secundária tem como tirante a armadura secundária. Na idealização de modelo estático com múltiplas treliças, assume-se que os mesmos deslocamentos verticais são transferidos para os outros nós. Por isso, a distribuição da carga externa entre as duas treliças ocorre sob a relação entre rigidezes das treliças principal e secundária, denominadas R_1 e R_2 , respectivamente, (Eq. 2.50) e (Eq. 2.51).

$$R_1 = \frac{1}{\frac{a}{E_s \cdot A_s \cdot \tan^2 \theta} + \frac{\sqrt{a^2 + Z^2}}{E_c \cdot A_{c1} \cdot \sin^2 \theta}} \quad (\text{Eq. 2.50})$$

$$R_2 = \frac{1}{\frac{a}{E_s \cdot A_{sh} \cdot \tan^2 \beta} + \frac{\sqrt{a^2 + Z/2^2}}{E_c \cdot A_{c2} \cdot \sin^2 \beta}} \quad (\text{Eq. 2.51})$$

$$\eta = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (\text{Eq. 2.52})$$

As áreas da biela secundária é $A_{c2} = b \cdot w_{s,BC} \cdot \cos \beta$ e a carga suportada pela treliça principal é $\eta \cdot V_u$, com $\eta < 1$, enquanto a carga suportada pela treliça secundária é $(1 - \eta) \cdot V_u$, sendo η determinado na equação (Eq. 2.52). Excluindo-se, portanto, os casos em que a treliça secundária escoa antes da principal, a carga correspondente à ruptura no aço pode ser expressa por (Eq. 2.53) e no concreto por (Eq. 2.54).

$$V_u = \frac{2}{\eta} \cdot f_y \cdot A_s \cdot \tan \theta \quad (\text{Eq. 2.53})$$

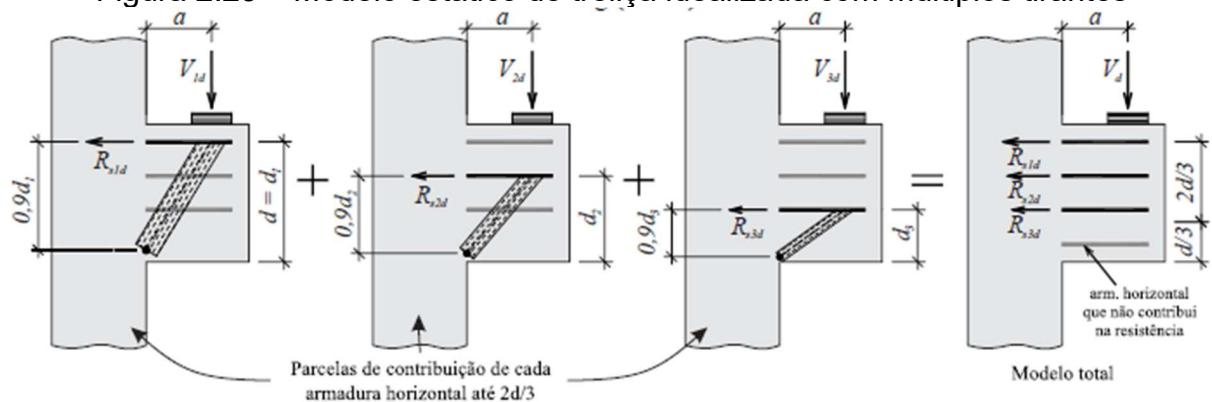
$$V_u = \frac{2 \cdot \xi \cdot f_c \cdot b \cdot w_{s,BC} \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta}{1 - \eta} \quad (\text{Eq. 2.54})$$

2.3.4 El debs *et al* (2016)

Com o objetivo de analisar a contribuição efetiva de A_{sh} na resistência de consolos curtos de concreto armado, o estudo de El debs *et al* (2016) propôs um procedimento para determinação da altura útil efetiva de cada armadura de costura. As formulações propostas foram aplicadas a consolos curtos, considerando nesses modelos os ELU de ruptura de compressão do concreto. A diferença da resistência teórica em relação à experimental foi inferior a 10%.

Uma adaptação do procedimento de biela e tirante de Leonhardt & Monning (1979) adicionando a armadura de costura foi proposta, em virtude de reduzir as diferenças entre resultados teóricos e experimentais. Essa formulação modificada consiste na soma das parcelas de contribuição das armaduras horizontais do tirante e da armadura de costura até $2d/3$, segundo ilustra a Figura 2.23. A força última V_u , considerando o estado limite último por esmagamento da biela de compressão, é dada pela (Eq. 2.55).

Figura 2.23 – Modelo estático de treliça idealizada com múltiplos tirantes



Fonte: Adaptado de El debs *et al* (2016)

Em que n é a quantidade de barras horizontais localizadas no trecho de $2/3 \cdot d_1$. A força resistente na camada de armadura considerada é determinada pela

equação (Eq. 2.57). A força resistente da resultante de barras secundárias horizontais é expressa pela equação (Eq. 2.58).

$$V_d = \frac{0,18 \cdot f_c \cdot b \cdot d}{\sqrt{0,9^2 + \left(\frac{a}{d}\right)^2}} \quad (\text{Eq. 2.55})$$

$$d = \sum_{i=1}^n \frac{d_i \cdot R_{si,d}}{R_{sd}} \quad (\text{Eq. 2.56})$$

$$R_{si,d} = A_{si} \cdot f_{yid} \quad (\text{Eq. 2.57})$$

$$R_{sd} = \sum_{i=1}^n A_{si} \cdot y_{yid} \quad (\text{Eq. 2.58})$$

2.3.5 Fattuhi (1990)

Os ensaios apresentados por Fattuhi (1990) foram principalmente relacionados a consolos em que a relação (a/d) estava entre 0,43 e 1,15. Os resultados mostraram que a capacidade de carga vertical máxima dos consolos dependeu de muitos parâmetros que incluíram sua largura (b), (h), f_c e do aço (f_y), (a/d) e (d/h) e taxa de armadura principal (ρ). Foi desenvolvida uma equação empírica para estimar a carga vertical máxima dos consolos com barras principais e fibras de aço.

Tabela 2.9 – Propriedades geométricas, mecânicas e resultados

Consolo	a	b	h	a/d	ρ	f_c	$V_{u,exp}$
C25	111	150	150	0,77	1,05	30,13	108,50
C26	80	150	150	0,55	0,72	30,13	112,50
C33	75	150	150	0,51	0,46	32,40	91,00
C34	137	150	150	0,95	1,57	32,40	114,00
C41	137	150	150	0,95	1,29	29,08	98,00

Fonte: Adapatado de Fattuhi (1990)

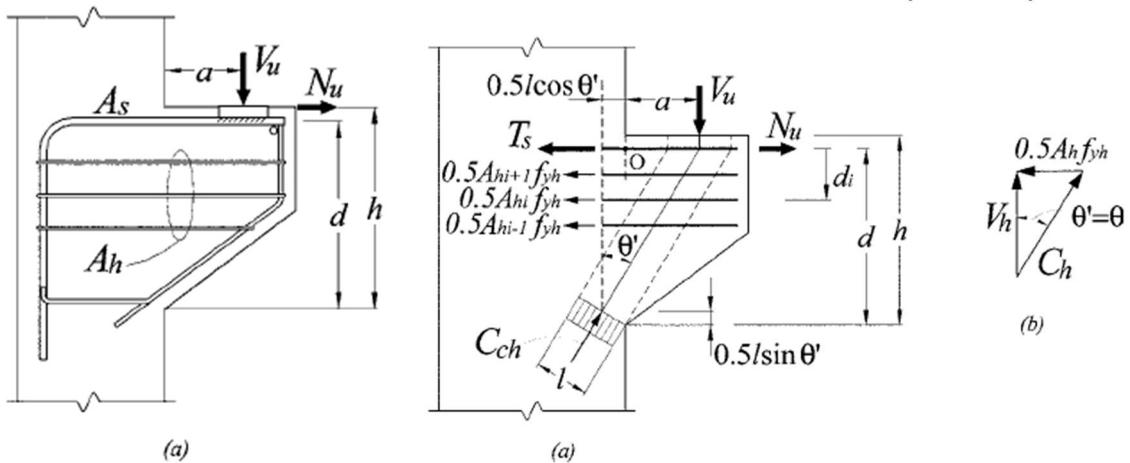
A equação de estimativa de força aqui apresentada baseou-se na comparação do desempenho observado com os resultados obtidos a partir de várias exposições empíricas. Foi obtido um desvio padrão para a relação $V_{u,exp}/V_{u,teo}$ de 6,29 % e CV máxima de 21 %. Durante este processo, foi utilizada uma análise de regressão para chegar a uma equação de carga vertical máxima adequada (Eq. 2.59). Na qual $k_1 = 57,292$, $k_2 = 0,315$, $k_3 = -0,812$, $k_4 = -0,049$, $k_5 = 0,678$, $k_6 = 0,626$

$$V_u = k_1 \cdot b \cdot h \cdot f_{ct}^{k_2} \cdot \frac{a^{k_3}}{h} \cdot \frac{f_y^{k_4}}{f_c} \cdot \frac{d}{h} \cdot \rho^{k_6} \quad (\text{Eq. 2.59})$$

2.3.6 Russo *et al* (2006)

O modelo proposto por Russo *et al* (2006) é baseado nas condições de equilíbrio do sistema estático idealizado a partir de bielas e tirantes. Ele considera uma relação constitutiva "aproximada" de f_{ce} fissurado e a contribuição de A_{sh} . No estudo, é assumindo que a ruptura ocorra por esmagamento da biela AB , considerando o aumento de resistência à compressão devido à contribuição da armadura de costura no intertravamento do agregado e na ação de ponte na interface entre fissuras.

Figura 2.24 – Modelo estático de biela e tirante para consolo com armadura secundária



Fonte: Hwang, Lu & Lee (2000)

A carga máxima do consolo ($V_{u,teo}$) é a soma de duas contribuições resistentes independentes: (V_c) e (V_h). Em que V_c é a contribuição oferecida pela biela e pela armadura principal através do mecanismo de biela e tirante e V_h é a contribuição dada por A_{sh} . A expressão de V_c é obtida analiticamente pelas equações de equilíbrio e, para obtê-la, foi considerado o valor limite superior teórico de chamado $V_{c,lim}$. O equilíbrio entre esforços da treliça principal leva à obtenção das equações de equilíbrio (Eq. 2.61), (Eq. 2.62) e (Eq. 2.63).

$$V_u = V_c + V_h \quad (\text{Eq. 2.60})$$

$$F_{nt,AD} - F_{ns,AB} \cdot \sin \theta = 0 \quad (\text{Eq. 2.61})$$

$$V_c - F_{ns,AB} \cdot \cos \theta = 0 \quad (\text{Eq. 2.62})$$

$$V_c \cdot a - F_{ns,AB} \cdot \sin \theta \cdot \left(d - \frac{w_{s,AB} \cdot \sin \theta}{2} \right) + F_{ns,AB} \cdot \cos \theta \cdot \frac{w_{s,AB} \cdot \cos \theta}{2} = 0 \quad (\text{Eq. 2.63})$$

$$\tan \theta = \frac{a + \frac{w_{s,AB} \cdot \cos \theta}{2}}{d - \frac{w_{s,AB} \cdot \sin \theta}{2}} \quad (\text{Eq. 2.64})$$

A inclinação da biela foi determinada pela equação (Eq. 2.64). A largura da biela AB ($w_{s,AB}$) foi proposta por Hwang, Lu & Lee (2000) na equação (Eq. 2.65) na qual o equilíbrio entre momentos na treliça principal leva a obter o fator k na equação (Eq. 2.66). Em que $n = E_s/E_c$ e $\Omega = 0,2$. O valor máximo de força resistente de compressão é $F_{ns,AB}$, obtido na equação (Eq. 2.68).

$$w_{s,AB} = k \cdot d \quad (\text{Eq. 2.65})$$

$$k = \sqrt{(n \cdot \rho_f)^2 + 2 \cdot n \cdot \rho_f} - n \cdot \rho_f \quad (\text{Eq. 2.66})$$

$$\rho_f = \frac{A_s + \Omega \cdot A_{sh}}{b \cdot d} \quad (\text{Eq. 2.67})$$

$$F_{ns,AB} = \sigma_{d,max} \cdot b \cdot w_{s,AB} \quad (\text{Eq. 2.68})$$

Para expressar $\sigma_{d,max}$, Zhang & Hsu (1998) propuseram uma relação constitutiva apresentada em (Eq. 2.69) e (Eq. 2.70) referente a um elemento de placa submetido a tensões tangenciais para determinar o ramo ascendente da curva de tensão-deformação (σ_d, ε_d) do concreto fissurado. Russo *et al* (2006) a modificou com o objetivo de obter uma equação simplificada, resultando na expressão (Eq. 2.71) para obtenção de $V_{c,lim}$ em (Eq. 2.72).

$$\sigma_d = -\zeta \cdot f_c \cdot \left[2 \cdot \left(\frac{-\varepsilon_d}{\zeta \cdot \varepsilon_0} \right) - \left(\frac{-\varepsilon_d}{\zeta \cdot \varepsilon_0} \right)^2 \right] \quad \forall \frac{-\varepsilon_d}{\zeta \cdot \varepsilon_0} \leq 1 \quad (\text{Eq. 2.69})$$

$$\zeta = \frac{5,8}{\sqrt{f_c}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + 400 \cdot \varepsilon_r}} \leq \frac{0,9}{\sqrt{1 + 400 \cdot \varepsilon_r}} \quad (\text{Eq. 2.70})$$

$$\sigma_{d,lim} = \begin{cases} -\frac{0,9 \cdot f_c}{\sqrt{1 + 400 \cdot \frac{f_{ct}}{E_c}}}, & f_c < 42 \text{ MPa} \\ -\frac{5,8 \cdot f_c}{\sqrt{1 + 400 \cdot \frac{f_{ct}}{E_c}}}, & f_c \geq 42 \text{ MPa} \end{cases} \quad (\text{Eq. 2.71})$$

$$V_{c,lim} = -k \cdot \sigma_{d,lim} \cdot \cos \theta \quad (\text{Eq. 2.72})$$

Para a verificação da contribuição da armadura secundária, considera-se que a tensão nas barras secundárias mais próximas da principal atinge o escoamento, mas as mais distantes ficam sujeitas a uma tensão menor. Russo *et al* (2006) considera inicialmente a tensão média $0,5 \cdot f_{yh}$ a partir de considerações de Hwang, Lu & Lee (2000) para determinar as equações de equilíbrio de forma simples. Os autores assumem que todas as barras secundárias sofrem essa tensão apenas no valor médio mencionado.

A força horizontal transportada pela i -ésimo barra é, portanto, igual a $0,5 \cdot A_{sh,i} \cdot f_{yh}$ como mostrado na Figura 2.24. A partir disso, pode-se observar que as equações de equilíbrio são (Eq. 2.73), (Eq. 2.74) e (Eq. 2.75). Em que β é o ângulo entre a biela e a direção vertical – expresso por (Eq. 2.76). A força de compressão na biela é C_{ch} , d_i é a distância do i -ésimo camada em relação à armadura principal e n_h é a quantidade de camadas de barras secundárias.

$$F_{ns,AD} + 0,5 \cdot \sum_{i=1}^{n_h} A_{sh,i} \cdot f_{yh} - C_{ch} \cdot \sin \beta = 0 \quad (\text{Eq. 2.73})$$

$$V_u = C_{ch} \cdot \cos \beta \quad (\text{Eq. 2.74})$$

$$V_u \cdot a - C_{ch} \cdot \sin \beta \cdot \left(d - \frac{w_{s,AB} \cdot \sin \beta}{2} \right) + C_{ch} \cdot \cos \beta \cdot \frac{w_{s,AB} \cdot \cos \beta}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^{n_h} A_{sh,i} \cdot d_i \cdot f_{yh} = 0 \quad (\text{Eq. 2.75})$$

$$\beta = 2 \cdot \arctg \left(\frac{\sqrt{\left(\frac{a}{d}\right)^2 + \left(1 - \frac{1}{3} \cdot d \cdot \frac{T_h}{R}\right)^2 - \frac{k^2}{4}} - \left(1 + \frac{1}{3} \cdot d \cdot \frac{T_h}{R}\right)}{\frac{a}{d} - \frac{k}{2}} \right) \quad (\text{Eq. 2.76})$$

$$T_h = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^{n_h} A_{sh,i} \cdot f_{yh} \quad (\text{Eq. 2.77})$$

$$R = A_s \cdot f_y + \frac{1}{2} \cdot A_{sh} \cdot f_{yh} \quad (\text{Eq. 2.78})$$

$$\rho_h = \frac{A_{sh}}{b \cdot d} \quad (\text{Eq. 2.79})$$

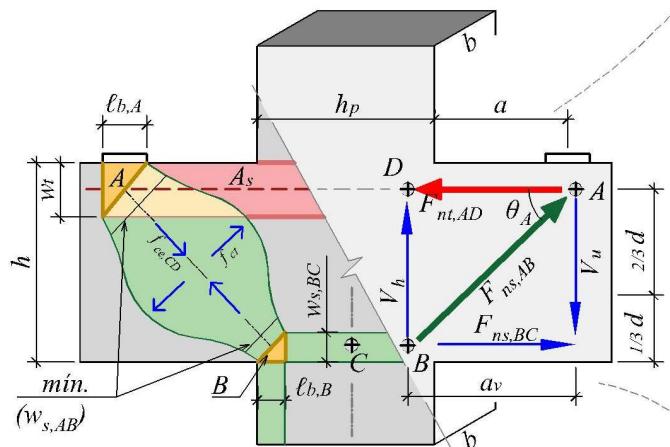
$$V_h = \frac{1}{2} \cdot \rho_h \cdot f_{yh} \cdot \cotg \theta \quad (\text{Eq. 2.80})$$

3 ESTIMATIVAS DA FORÇA VERTICAL RESISTENTE

Neste capítulo, serão desenvolvidos dois métodos para a estimativa da força vertical resistente. O primeiro é baseado no Método de Bielas e Tirantes (MBT), apresentado por El debs *et al* (2016) no subcapítulo 2.3.4. Nele, é considerado um modelo de barras estaticamente determinadas para simular a direção principal de tensões internas. O segundo é baseado no Método Empírico Estatístico (MEE), apresentado por Fattuhi (1990) no subcapítulo 2.3.5. Nele, são realizadas sucessivas iterações dos parâmetros de cálculo da peça até encontrar correspondência.

Será assumido que a ruptura ocorre por compressão da biela diagonal (AB) ou no nó B mostrados na Figura 3.1, ou seja, a falha por escoamento da armadura principal será desconsiderada. A força máxima de resistência vertical do consolo ($V_{u,exp}$) avaliada será considerada a uma distância $0,5 \cdot d \leq a \leq 1,5 \cdot d$, levando em conta o ACI 318 (ACI, 2019). As amostras sofrem fissuras iniciais diagonais localizadas entre os nós A e B , mas a ruptura ocorre na da biela AB ou no nó B .

Figura 3.1 – Modelo estático geral proposto e arranjo de armadura considerada



Fonte: Adaptado de El Debs (2017)

Na etapa de desenvolvimento e validação dos métodos de cálculo, serão considerados parâmetros para determinar a praticidade, que será relacionada à quantidade de equações necessárias, e precisão. Respostas satisfatórias deverão constar no intervalo $\lambda_{teo} \in [0,85 - 1,15]$ e coeficiente de variação $CV \leq 25\%$, de acordo com Moraes Neto (2013). $\lambda_{teo} = V_{u,exp}/V_{u,teo}$ representa o resultado médio estabelecido a partir da análise da razão entre as respostas experimentais e teóricas.

3.1 Banco de dados

Nesta sessão, será apresentado o banco de dados referente aos registros de carga máxima ($V_{u,exp}$) para consolos curtos de vários estudos nacionais e internacionais. Serão apresentados também as propriedades mecânicas do concreto e do aço, tipo de armadura utilizada, geometria do consolo e o comportamento de fissuração das peças ensaiadas na Tabela 3.1. Na Tabela 3.2, estão listados os autores dos quais foram obtidos os dados.

Propriedades mecânicas e tipo de concreto utilizado:

- Não entram no banco de dados: concreto leve, concreto compósito, concreto com agregado reciclado, concreto com seixo rolado, consolos protendidos, consolos moldados em etapas diferentes;
- Entram no banco de dados: concreto autoadensável, concreto de alta resistência;
- O f_c utilizado para registro é obtido pelo ensaio com forma cilíndrica;

Propriedades mecânicas, reforço e tipo de aço utilizado:

- Constarão, no banco de dados, consolos com barras de aço ligadas por arames ou soldadas, dimensionados para não sofrerem ruptura na ligação entre barras;
- Não entram na análise consolos reforçados externamente com placas de aço ou com fibra de carbono;
- A armadura secundária considerada para composição do banco de dados será vertical, horizontal ou inclinada, que estejam a uma distância de 2/3 da altura útil (d);

Carga e tipo de ensaio:

- Sem carga horizontal;
- Sem carga adicional no pilar;
- Carregamento estático monotônico;
- Não serão registrados em banco de dados os consolos que forem solicitados nos pilares e nos consolos simultaneamente;

Geometria do consolo:

- Os consolos analisados no banco de dados serão de altura (h) constante e variável;

Padrão de fissuração e modo de ruptura:

- Os consolos que serão registrados no banco de dados sofrerão a primeira fissura na interface entre consolo e pilar;
- O ensaio é realizado a partir do dimensionamento do pilar a fim de evitar sua ruptura;
- Não constarão consolos curtos que sofreram ruptura por cisalhamento vertical;

As amostras extraídas das referências estavam livres de trincas nos estágios iniciais de carregamento e comportavam-se de forma elástica. Com o aumento de carga, mais fissuras diagonais foram desenvolvidas próximas aos suportes. Verificou-se também que a primeira fissura foi iniciada no canto e, enquanto a fissura se propagava ao longo da interface coluna-consolo, a segunda fissura se formou na borda interna da placa de rolamento.

A segunda fissura foi propagada muito mais rapidamente que a primeira. A primeira fissura continuou a se propagar ao longo da face da coluna, enquanto a segunda fissura progrediu em direção à junção da coluna e da face inclinada do consolo. A segunda fissura, que agora se tornou a principal ou maior fissura, eventualmente corria entre as bordas internas da placa de rolamento e a junção coluna-consolo na face inclinada, e era geralmente responsável pela falha do consolo.

Tabela 3.1 – Resumo do banco de dados

Ref.	b (mm)	d (mm)	a/d	ρ (%)	ρ_h (%)	f_c (MPa)	$V_{u,exp}$ (kN)
[20]	150	110	[0,66-0,99]	0,55	-	61	[52-80]
[21]	150	220	0,65	1,03	0,51	32	240
[22]	115	350	[0,5-1,5]	1,12	0,84	[33-34]	[181-283]
[23]	150	220	[0,5-0,7]	1,15	[0-0,53]	[36-48]	[160-229]
[24]	180	238,93	0,57	[0,59-1,18]	[0,7-1,4]	[39-62]	[159-238]
[25]	150	140	0,93	0,75	[0-1,62]	49	[78-92]
[26]	160	140	0,93	0,70	[0-1,52]	49	[78-99]
[27]	150	220	0,60	1,03	0,51	30	[203-249]

Ref.	b (mm)	d (mm)	a/d	ρ (%)	ρ_h (%)	f_c (MPa)	$V_{u,exp}$ (kN)
[28]	[150-155]	[105-128]	[0,54-1,04]	[0,53-1,25]	-	[25-39]	[47-151]
[8]	150	[143-146]	[0,51-0,95]	[0,46-1,57]	-	[29-32]	[91-114]
[29]	[150-155]	[92-220]	[0,6-1,46]	[0,49-2,4]	-	[24-71]	[67-153]
[30]	[125-150]	[450-600]	[0,5-1]	[0,9-4,93]	[0-1,74]	[45-105]	[470-1180]
[31]	150	110	[0,81-1,06]	[0,85-1,22]	-	[22-39]	[38-68]
[32]	150	[131-134]	[0,6-0,75]	[1,12-2,59]	[0-0,86]	[50-68]	[155-259]
[33]	228	[223-229]	[0,53-0,54]	[0,42-1,91]	[0-1,39]	[37-49]	[128-249]
[34]	300	[350-450]	[0,5-0,67]	[0,38-0,54]	[0,39-0,52]	[44-54]	[297-340]
[35]	150	110	[0,66-0,99]	[0,53-0,56]	-	93	[65-101]
[36]	305	560	0,59	[0,89-1,19]	[0-0,5]	29	[772-1097]
[16]	[203-203]	[406-411]	[0,53-0,62]	[0,48-1,86]	[0-1,28]	[15-46]	[229-534]
[37]	[127-152]	[231-235]	[0,67-1,01]	[1,16-1,86]	[0-1,07]	[24-29]	[107-187]
[38]	150	220	[0,52-0,79]	1,03	[0-0,46]	[52-61]	[196-308]
[39]	250	[380-400]	[0,75-0,79]	[0,2-0,42]	[0-0,32]	[23-33]	[230-400]
[40]	75	150	0,80	[0,45-1,4]	-	[23-26]	[45-63]
[41]	200	[185-405]	[0,55-0,79]	[0,39-0,74]	[0-1,23]	[17-19]	[155-245]
[42]	125	250	0,80	0,72	1,51	30	110
[43]	150	210	0,60	1,08	-	[34-67]	[169-278]
[44]	[125-150]	[450-600]	[0,5-1]	[0,9-4,52]	[0-1,58]	[45-94]	[470-1050]
[45]	150	300	0,50	1,09	[0-0,62]	[50-79]	[395-625]
[46]	356	560	[0,59-0,66]	1,02	[0-0,76]	[32-45]	[1426-1784]
[47]	254	356	[0,5-0,75]	[1,11-2,12]	[0,71-1,68]	[61-82]	[334-912]
[48]	300	600	[0,5-1]	0,86	[0-0,36]	[23-25]	[455-948]

Fonte: Autor (2024)

Tabela 3.2 – Referência de trabalhos analisados

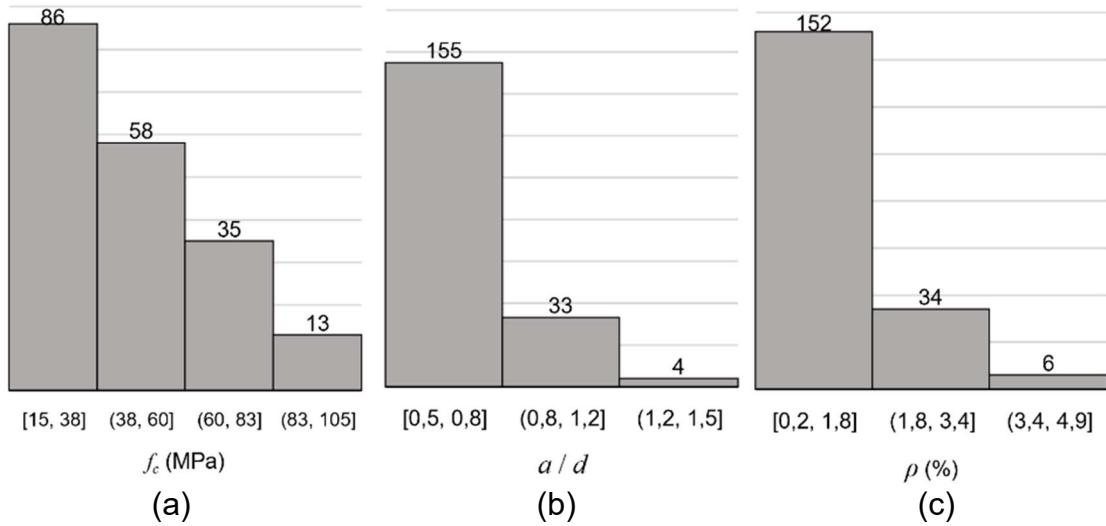
Ref.	Autor	Amostras
[20]	Abdi (2016)	3
[21]	Abdulqader, Al-Shathr & Hasan (2018)	1
[22]	Abdul-Razzaq & Dawood (2020)	3
[23]	Al-Shaarbaf, Al-Azzawi & Farahan (2015)	9
[24]	Aziz & Othman (2010)	13
[25]	Campione (2009)	2
[26]	Campione, La Mendola & Papia (2005)	2
[27]	Fadel & Waryosh (2022)	2
[28]	Fattuhi & Hughes (1989)	9
[8]	Fattuhi (1990)	5
[29]	Fattuhi (1994)b	12
[30]	Foster, Powell & Selim (1996)	17
[31]	Gulsan (2015)	8
[32]	Hafez et al (2012)	6
[33]	Hermansen & Cowan (1974)	8
[34]	Huang, Han & Yin (2022)	3
[35]	Kamil (2016)	3
[36]	Khosravikia et al (2018)	3
[16]	Kriz & Raths (1965)	23
[37]	Mattock, Cheng & Soongswang (1976)	5
[38]	Muhammad (1998)	6
[39]	Naegeli (1988)	5
[40]	Ozden & Atalay (2011)	3
[41]	Prasad et al (1993)	6

Ref.	Autor	Amostras
[42]	Saleh et al (2019)	1
[43]	Salman, Al-Shaarbaaf & Aliewi (2014)	2
[44]	Selim, Foster & Gowripalan (1993)	12
[45]	Torres (1998)	8
[46]	Wilson (2017)	4
[47]	Young & Balagaru (1994)	5
[48]	Zeller (1991)	3

Fonte: Autor (2024)

Na Figura 3.2, está sendo apresentada a frequência de peças por intervalo de tensão resistente do concreto $f_c \in [15: 105]$, em MPa, por intervalo de relação $a/d \in [0,5: 1,5]$ e por intervalo de a taxa máxima de armadura principal $\rho \in [0,2: 4,9]$ %.

Figura 3.2 – Frequência de peças separadas por: (a) f_c ; (b) a/d ; (c) ρ



Fonte: Autor (2024)

3.2 Modelo baseado no Método de Bielas e Tirantes (MBT)

A proposta de estimativa da força resistente vertical para consolos curtos baseada em MBT serão desenvolvidas a partir de duas etapas. Primeiramente será desenvolvimento do método de cálculo para os modos de ruptura por compressão e fendilhamento da biela inclinada e, em seguida, ruptura na zona nodal inferior (nó B), ambos separados para elementos com e sem armadura de costura. E seguida, será feita a validação por análise dos parâmetros estatísticos obtidos.

3.2.1 Propriedades mecânicas para o MBT

A tensão resistente $f_{ce,B}$ é um importante objeto de estudo porque influencia muito nas propriedades geométricas da biela prismática e da região nodal. Ela será encontrada a partir de um parâmetro conhecido, validado experimentalmente – nesse caso será $V_{u,exp}$ – para que seja tida como um valor de referência. Fazendo, por isso, a soma de forças verticais ($\sum F_y = 0$), como mostrado na equação (Eq. 3.1), obtém-se a equação de $f_{ce,B,exp}$ em (Eq. 3.2).

$$\sum F_y = 0 \therefore -V_{u,exp} + F_{nn,B1} = 0 \quad (\text{Eq. 3.1})$$

$$f_{c,B} \cdot \ell_{b,B} \cdot b = V_{u,exp}$$

$$f_{c,B,exp} = \frac{V_{u,exp}}{\ell_{b,B} \cdot b} \quad (\text{Eq. 3.2})$$

Para a determinação de $f_{ce,AB}$, serão utilizadas, entretanto, as prescrições sobre o comportamento do concreto sob solicitação biaxial de Zhang & Hsu (1998). Assume-se inicialmente que um dos eixos principais coincidem com a direção da biela de concreto. O diagrama de tensão-deformação (σ_d, ε_d) na etapa ascendente é governado pela (Eq. 3.3) e, para o braço descendente, (Eq. 3.4), em que σ_d é a tensão principal média do concreto na direção da biela.

O coeficiente de fissuração ζ é expresso por (Eq. 3.5); f_c é a resistência à compressão para o ensaio padrão de cilindro (em MPA); ε_d e ε_r são as deformações principais médias nas direções axial e transversal, respectivamente; e ε_0 é a deformação do cilindro de concreto correspondente à resistência f_c , que pode ser definida aproximadamente pela equação (Eq. 3.6). A equação (Eq. 3.7) fornece a tensão principal resistente máxima de compressão do concreto.

$$\sigma_d = -\zeta \cdot f_c \cdot \left[2 \cdot \left(\frac{-\varepsilon_d}{\zeta \cdot \varepsilon_0} \right) - \left(\frac{-\varepsilon_d}{\zeta \cdot \varepsilon_0} \right)^2 \right] \quad \forall \frac{-\varepsilon_d}{\zeta \cdot \varepsilon_0} \leq 1 \quad (\text{Eq. 3.3})$$

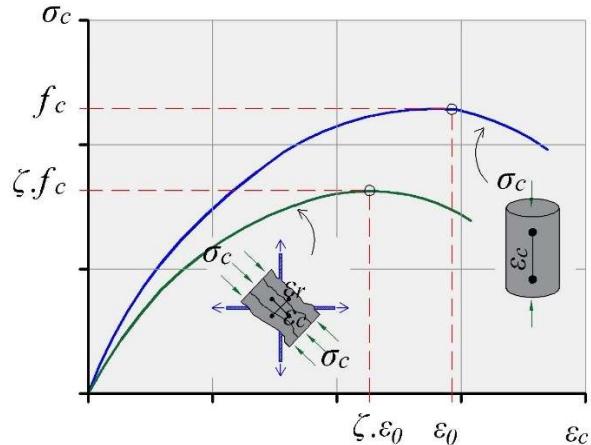
$$\sigma_d = -\zeta \cdot f_c \cdot \left[1 \cdot \left(\frac{-\frac{\varepsilon_d}{\zeta} \cdot \varepsilon_0 - 1}{\frac{2}{\zeta} - 1} \right)^2 \right] \quad \forall \frac{-\varepsilon_d}{\zeta \cdot \varepsilon_0} > 1 \quad (\text{Eq. 3.4})$$

$$\zeta = \frac{5,8}{\sqrt{f_c}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + 400 \cdot \varepsilon_r}} \leq \frac{0,9}{\sqrt{1 + 400 \cdot \varepsilon_r}} \quad (\text{Eq. 3.5})$$

$$\varepsilon_0 = 0,002 + 0,001 \cdot \frac{f_c - 20}{80} \quad (\text{Eq. 3.6})$$

$$\sigma_{d,max} = \zeta \cdot f_c \quad (\text{Eq. 3.7})$$

Figura 3.3 – Diagrama tensão-deformação do concreto fissurado



Fonte: Adaptado de Zhang & Hsu (1998)

3.2.2 Propriedades geométricas para o MBT

O ACI 318 (ACI, 2019) determina a largura da biela BC ($w_{s,BC}$) como sendo igual à largura teórica do tirante (w_t) para elementos analisados a partir do Método de Bielas e Tirantes. Isso foi seguido para as outras normas, haja vista a não prescrição desse dado pelos demais códigos, incluindo a NBR 6118 (ABNT, 2023). As faces da zona nodal $B - B_1$, B_2 e B_3 – sofrem, dessa maneira, diferentes forças de ruptura, gerando uma equação para cada.

A ruptura em consolos curtos, discutida em 2.1.5, pode ocorrer, dessa forma, nas bielas AB e BC ou nas faces da zona nodal $B - B_1, B_2$ e B_3 – como observado na Figura 3.4. A fim reduzir a quantidade de equações apresentadas em 2.2.1 necessárias para o procedimento de verificação e conferir praticidade à proposta de estimativa da força resistente, sugere-se que $w_{s,BC} = B_2$ a partir da soma $\sum F_x = 0$, demonstrado em (Eq. 3.8).

$$\sum F_x = 0 \therefore -F_{nt,AD} + F_{ns,BC} = 0 \quad (\text{Eq. 3.8})$$

$$-f_y \cdot A_s + f_{ce,BC} \cdot w_{s,BC} \cdot b = 0$$

$$w_{s,BC} = \frac{f_y \cdot A_s}{f_{ce,BC} \cdot b} \therefore B_2 = \frac{f_y \cdot A_s}{f_{ce,B} \cdot b} \quad (\text{Eq. 3.9})$$

Aplicando, agora, $F_{ns,BC}$ – força de compressão na biela BC (Eq. 3.11) –, $F_{nn,B1}$ (Eq. 3.10) –, a_v e Z na soma de momentos no ponto A ($\sum M_A = 0$), representada por (Eq. 3.12), obtém-se a largura de apoio no nó B ($\ell_{b,B}$) em (Eq. 3.13), ilustrada no item (b) da Figura 3.4. Aplicando esse valor em (Eq. 2.4), obtém-se o ângulo θ . Nesta etapa, as tensões resistentes efetivas na biela (BC) e no nó (B) serão consideradas iguais a f_c porque não estão sendo considerados valores efetivos corrigidos.

$$F_{nn,B1} = f_{ce,B} \cdot \ell_{b,B} \cdot b \quad (\text{Eq. 3.10})$$

$$F_{ns,BC} = f_{ce,BC} \cdot w_{s,BC} \cdot b \quad (\text{Eq. 3.11})$$

$$\sum M_A = 0 \therefore -F_{nn,B1} \cdot a_v + F_{ns,BC} \cdot Z = 0 \quad (\text{Eq. 3.12})$$

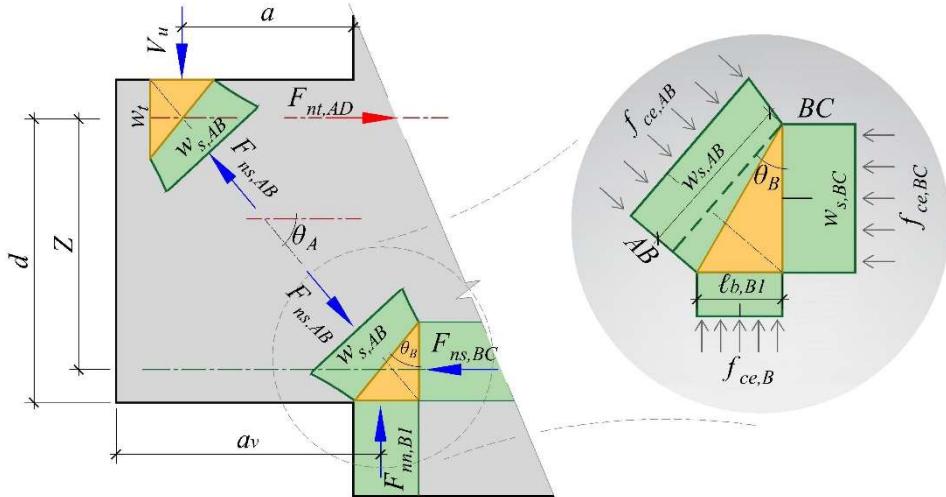
$$-f_{ce,B} \cdot \ell_{b,B} \cdot b \cdot \left(a + \frac{\ell_{b,B}}{2} \right) + f_{ce,BC} \cdot w_{s,BC} \cdot b \cdot \left(d - \frac{w_{s,BC}}{2} \right) = 0$$

$$\ell_{b,B} = \sqrt{a^2 + 2 \cdot w_{s,BC} \cdot \left(d - \frac{w_{s,BC}}{2} \right)} - a \quad (\text{Eq. 3.13})$$

A barra AD é o tirante principal e representa a camada de armadura de tração do consolo, visto que não está sendo considerada a força resistente de tração do concreto nesta etapa. Para que o modelo matemático seja efetivo, no entanto, deve-se prever o comprimento de ancoragem mínimo na união entre a biela AB na região nodal A . Isso garante a formação do sistema treliçado idealizado principal apresentado no item (a) da Figura 3.4.

A parcela resistente principal V_{AB} vem da biela inclinada, formada entre as zonas nodais A e B , e é igual a $F_{ns,AB} \cdot \sin \theta$. Isso é possível devido ao sistema treliçado determinado constituído com o tirante formado entre as zonas nodais A e D , que possui força igual a $F_{nt,AD}$. O cateto oposto ao ângulo θ , expresso na equação (Eq. 2.4), existente entre as barras AD e AB é o braço de alavanca principal (Z) e o cateto adjacente é a distância a somada a $1/2 \cdot \ell_{b,B}$, que resulta em a_v – Figura 3.4.

Figura 3.4 – Propriedades geométricas

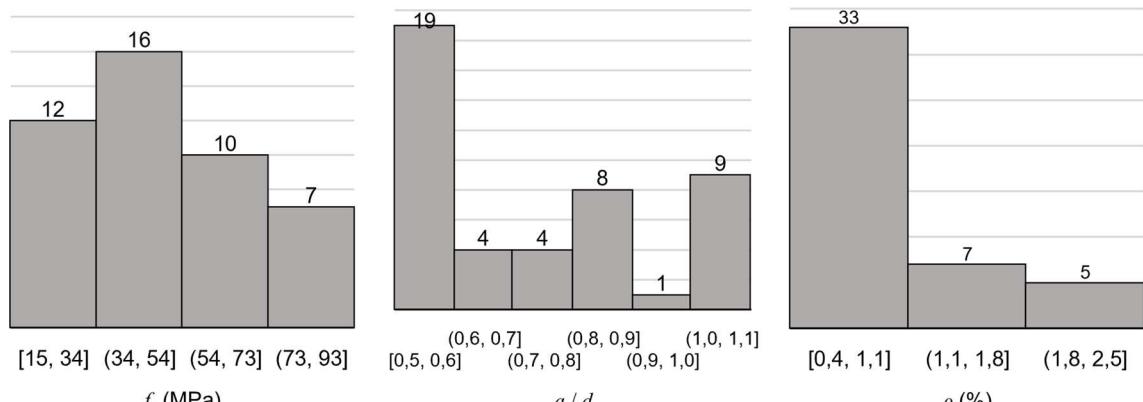


Fonte: Adaptado do ACI 318 (ACI, 2019)

3.2.3 Verificação da zona nodal *B* para consolos sem armadura de costura

A resistência de compressão em *B* é igual a f_c por enquanto, pois não possui modificações feitas por fatores de redução. Ela precisa, entretanto, ser correlacionada com um parâmetro conhecido experimentalmente, que será $V_{u,exp}$, para alcançar o valor de tensão resistente efetiva $f_{ce,B}$. Essa equação será, então, aplicada em 45 amostras de consolos curtos sem armadura de costura que sofreram ruptura em *B* (Figura 3.5) para obter o ajuste entre $f_{ce,B}$ e f_c .

Figura 3.5 – Frequência de amostras por parâmetro para MBT,B



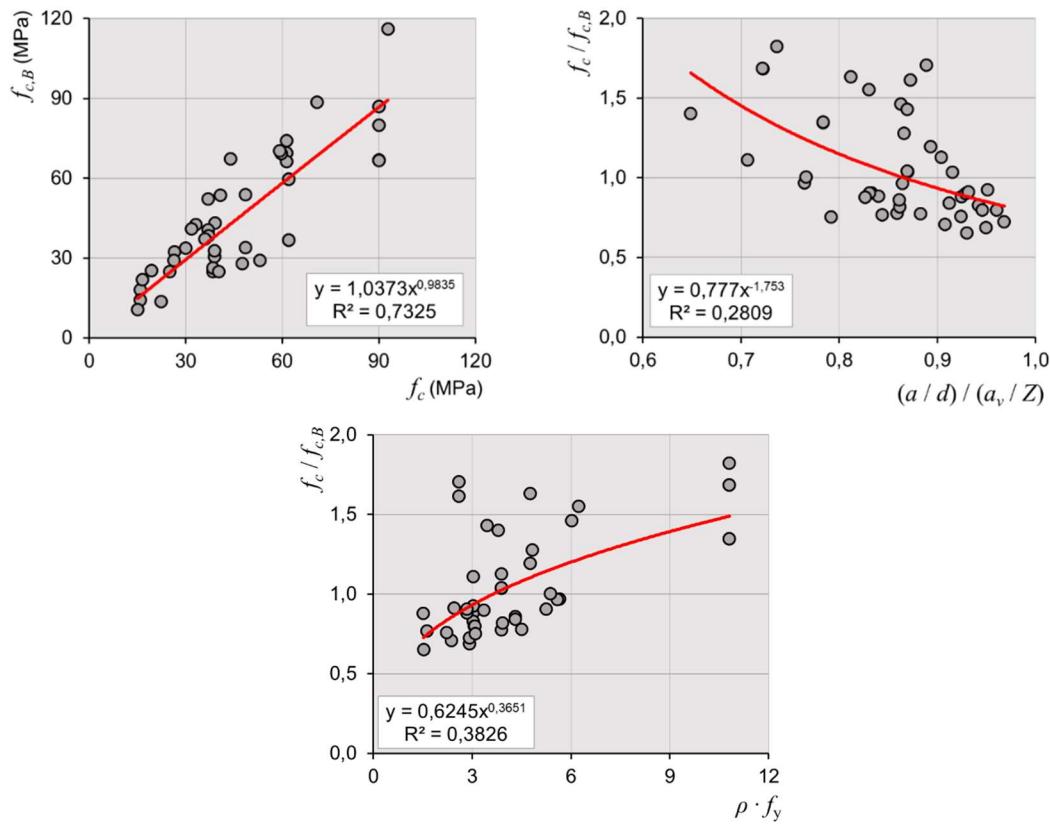
Fonte: Autor (2024)

Como este trabalho é composto por amostras que possuem muitas classes de concreto, várias taxas de armadura principal e secundária e relações a/d que vão do

limite inferior ao superior (Figura 3.5), é necessário avaliar a influência de outros parâmetros para o planejamento do modelo matemático a fim de detectar peças que precisam de correção em $f_{ce,B}$, ou seja, elementos com $\lambda_B = V_{u,exp}/F_{nn,B1}$ mais próximos de 2,0 e 0,5.

O ajuste em $f_{c,B}$ é necessário para considerar fatores de difícil determinação como a localização dos centroides nas bielas, carga horizontal ou tipo do aparato de apoio. Para isso, foram testadas relações como E_s/E_c , a/d , w_t/b , f_y/f_c , bem como interações entre elas. Algumas não refletiram a realidade devido à quantidade de amostras não ser uniformemente distribuída. Os diagramas da Figura 3.6 apresentaram, portanto, as melhores condições de avaliação.

Figura 3.6 – Diagramas de dispersão: (a) $f_{c,B} - f_c$; (b) $f_c/f_{c,B} - (a/d)/(a_v/Z)$; (c) $f_c/f_{c,B} - \rho \cdot f_y$



Fonte: Autor (2024)

As linhas de tendência apresentadas nos gráficos de dispersão da Figura 3.6 mostram o comportamento de $f_{c,B}$ em relação aos parâmetros f_c , no item (a), $f_c/f_{c,B} - (a/d)/(a_v/Z)$, no item (b) e $f_c/f_{c,B} - \rho \cdot f_y$, no item (c). A partir dos índices de determinação (R^2), é possível observar a condição de correspondência entre os eixos

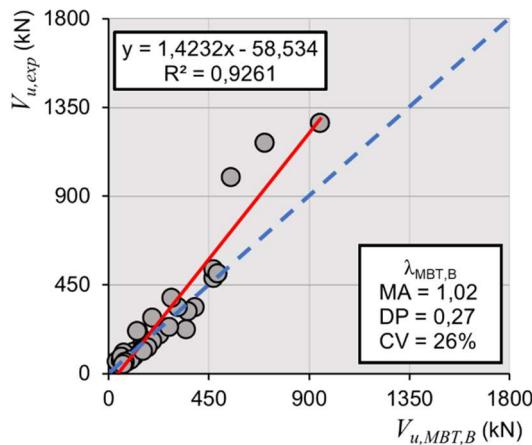
analizados, cujos resultados mostraram a pouca influência da adição dos parâmetros além da própria resistência do concreto (f_c).

Avaliando, agora, somente o resultado parcial apresentado nos gráficos da Figura 3.6, observa-se que, em (a), $f_{c,B}$ tem o comportamento representado por uma função potencial em relação a f_c com uma correspondência $R^2 = 0,73$. Apesar do critério estatístico R^2 não estar relativamente próximo de 1 – quanto mais próximo desse valor, maior a correlação entre a equação proposta –, a intenção, neste momento, é determinar $f_{ce,B}$ e não o objetivo principal, $V_{u,teo}$.

A tensão resistente em B ($f_{c,B}$), que passa agora a ser tensão resistente efetiva em B ($f_{ce,B}$) com o mesmo valor de f_c por ter a equação da linha de tendência do diagrama (a) representada por $f_{ce,B} = 1,04 \cdot f_{c,B}^{0,98}$. Do produto entre $f_{ce,B}$ e a área $w_{s,BC} \cdot b$, obtém a equação sugerida (Eq. 3.14). Aplicando-a nas peças anteriormente especificadas, encontram-se os resultados do diagrama da Figura 3.7.

$$V_{u,MBT,B} = f_{ce,B} \cdot w_{s,BC} \cdot b \cdot \tan \theta \quad (\text{Eq. 3.14})$$

Figura 3.7 – Diagrama de dispersão $V_{u,exp} - V_{u,MBT,B}$



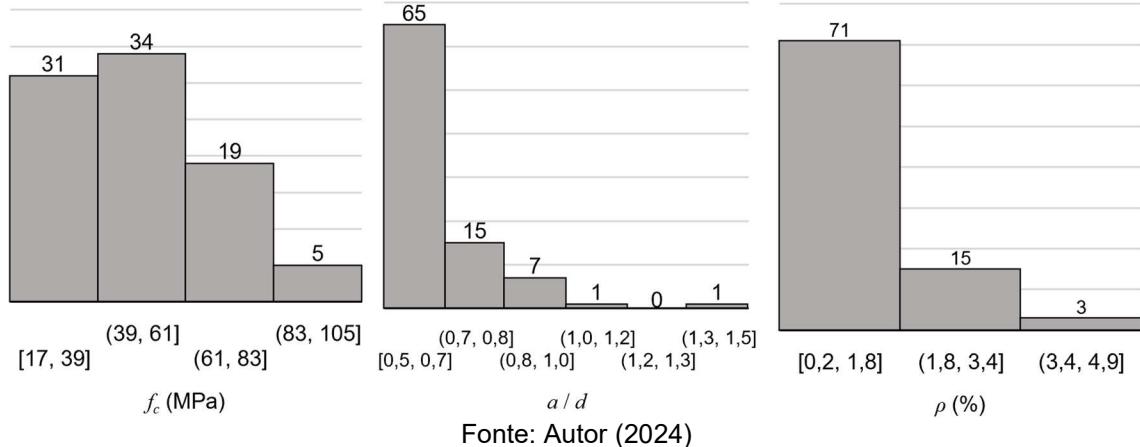
Fonte: Autor (2024)

3.2.4 Verificação da zona nodal B para consolos com armadura de costura

A área de aço da armadura de costura (A_{sh}) deverá ser adicionada à equação (Eq. 3.9), resultando em (Eq. 3.15), para compor os parâmetros de determinação da área de contato do nó B ($w_{s,BC} \cdot b$). O produto entre a tensão resistente $f_{ce,B}$, anteriormente analisada, e $w_{s,BC} \cdot b$ resulta na equação de verificação de consolos

curtos com armadura de costura que sofrem ruptura na zona nodal B ($V_{u,MBT,B,Ash}$), apresentada na (Eq. 3.16). Ela será aplicada em 48 peças com as propriedades especificadas distribuídas na frequência mostrada na Figura 3.8.

Figura 3.8 – Distribuição da frequência de parâmetros analisados para MBT,B,Ash



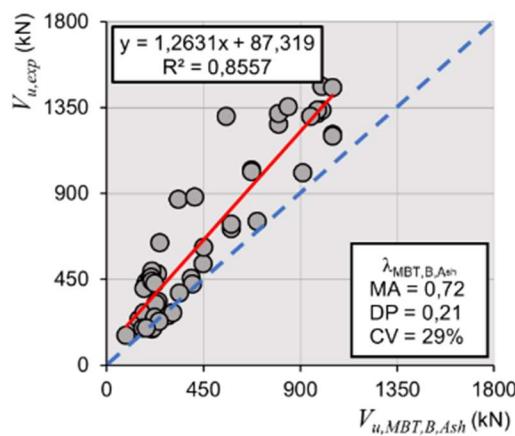
Fonte: Autor (2024)

$$w_{s,BC,Ash} = \frac{A_s \cdot f_y + A_{sh} \cdot f_{yh}}{f_{ce,B} \cdot b} \quad (\text{Eq. 3.15})$$

$$V_{u,MBT,B,Ash} = f_{ce,B} \cdot w_{s,BC,Ash} \cdot b \cdot \tan \theta \quad (\text{Eq. 3.16})$$

Com a (Eq. 3.16) aplicada nas amostras especificadas, encontram-se os resultados do diagrama que correlaciona $V_{u,MBT,B,Ash}$ e $V_{u,exp}$, na Figura 3.9. Foi possível observar o índice de determinação $R^2 = 0,85$ quando avaliado o coeficiente $\lambda_{MBT,B,Ash}$, uma média aritmética de 0,72 um desvio padrão de 0,21 coeficiente de variação de 29%. Isso será útil para determinação da verificação da força resistente do consolo reforçado com armadura de costura.

Figura 3.9 – Diagrama de dispersão $V_{u,exp} - V_{u,MBT,B,Ash}$



Fonte: Autor (2024)

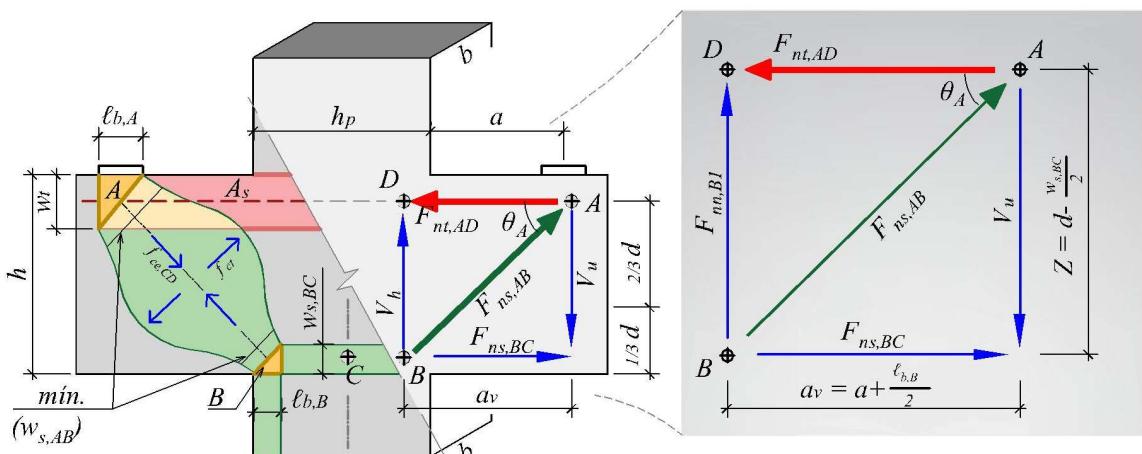
3.2.5 Biela inclinada AB em consolos sem armadura de costura

A expressão referente à contribuição da biela AB para consolos sem armadura de costura ($V_{u,MBT,AB}$) será obtida a partir das equações de equilíbrio de forças verticais. Esse modelo inicial está relacionado diretamente à força de compressão $F_{ns,AB}$ (Figura 3.10). Ela é, por sua vez, difícil de determinar por depender de muitas variáveis como o estado de deformação biaxial, proporção entre taxa de armadura principal e secundária e do modo de ruptura considerado na análise.

O valor máximo da força de compressão $F_{ns,AB}$ sugerida será o produto entre a tensão resistente efetiva de ($f_{ce,AB}$), que neste momento será igual a f_c por se tratar da primeira análise de referência, a largura da biela ($w_{s,AB}$) e a base do consolo (b). A força resistente vertical inicial ($V_{u,MBT,AB,0}$) será, dessa forma, (Eq. 3.17). Aplicando-a em 55 peças sem armadura de costura que sofrem ruptura por compressão diagonal ou por fendilhamento, obtém-se os diagramas da Figura 3.11.

Propõe-se o coeficiente $k_{MBT,AB}$, considerando a condição de proporcionalidade direta entre $V_{u,exp}$ e os parâmetros de resistência do concreto (f_c), soma das taxas de armadura principal e secundária ($\rho + \rho_h$) e a condição inversamente proporcional da relação entre a distância de aplicação de carga e a altura útil e a base da peça, todas observadas nos estudos de El Debs (2017), Kassem (2015) e Reginato (2020). Correspondendo $\lambda_{MBT,AB,0}$ com $k_{MBT,AB,0}$, obtém-se a distribuição (a) na Figura 3.11.

Figura 3.10 – Modelo estático de consolo sem armadura de costura



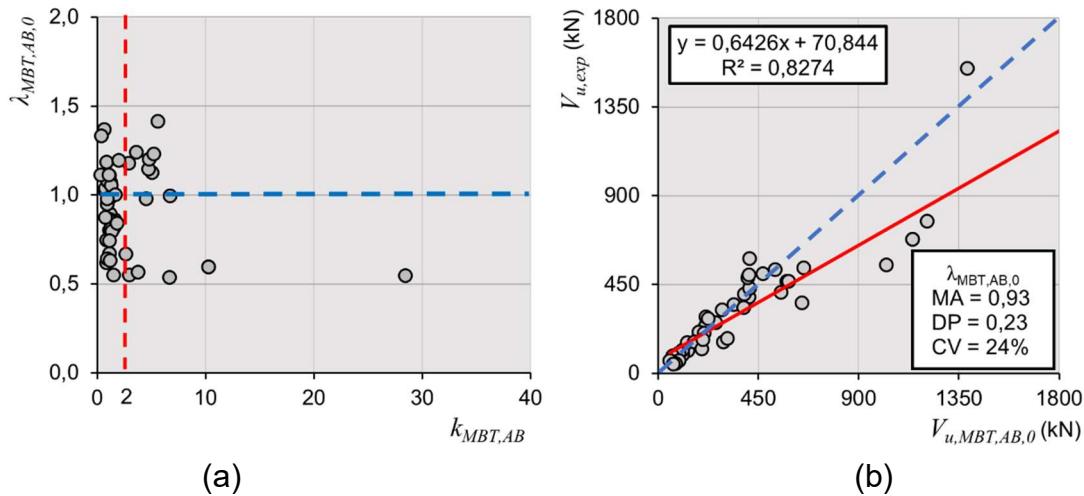
Fonte: Autor (2023)

$$V_{u,MBT,AB,0} = f_c \cdot w_{s,AB} \cdot b \cdot \operatorname{sen} \theta \quad (\text{Eq. 3.17})$$

$$k_{MBT,AB,0} = \frac{f_c \cdot (\rho + \rho_h)}{a/d \cdot b} \quad (\text{Eq. 3.18})$$

Foi possível observar, no diagrama de dispersão (a) da Figura 3.11, que a maior quantidade de amostras com $\lambda_{MBT,AB,0}$ que se distanciam de 1 estão localizados em $k_{MBT,AB,0} < 2$. Por isso, o coeficiente proposto $k_{MBT,AB,0}$ passa a se chamar $k_{MBT,AB}$ apresentado em (Eq. 3.19). No diagrama de dispersão (b), o índice de determinação $R^2=0,83$, quando avaliado o coeficiente inicial, $\lambda_{MBT,AB,0}$, apresenta MA=0,93, DP=0,23 e CV=24%.

Figura 3.11 – (a) Relação $\lambda_{MBT,AB,0} - k_{MBT,AB}$; (b) Dispersão de $V_{u,exp} - V_{MBT,AB,0}$



Fonte: Autor (2023)

$$k_{MBT,AB} = \begin{cases} 0,85 \text{ } \forall \frac{f_c \cdot (\rho + \rho_h)}{a/d \cdot b} < 2 \\ 1,00 \text{ } \forall \frac{f_c \cdot (\rho + \rho_h)}{a/d \cdot b} \geq 2 \end{cases} \quad (\text{Eq. 3.19})$$

No diagrama (a), pode-se observar que a diferença entre os coeficientes de inclinação das linhas de tendência experimental e de referência é de 0,35 e o índice de determinação é $R^2 = 0,83$. Com o intuito de reduzir a diferença entre coeficiente de inclinação e aumentar R^2 , a (Eq. 3.19) será aplicada posteriormente para reduzir a tensão resistente da biela inclinada AB em 0,85 em peças que apresentem $k_{MBT,AB} < 2$.

Para simular o comportamento do concreto submetido a tensões biaxiais,

fatores como erro de localização do centro de gravidade da biela e carga horizontal provocada por retração, será utilizada a equação de $f_{ce,AB}$ (Eq. 3.21), proposta por Zhang & Hsu (1998). Nela é considerada a relação constitutiva para o braço ascendente do diagrama de tensão-deformação. Ela considera uma aproximação de tensões de compressão para o concreto fissurado.

Para obter $f_{ce,AB}$, é preciso encontrar primeiramente a solução que satisfaça a equação do índice de fissuração do concreto (ζ) – (Eq. 3.20) –, proposta por Zhang & Hsu (1998). Ela é satisfeita se $5,8/\sqrt{f_c} \leq 0,9$, caso contrário, $f_c \geq 42$, sendo f_c em MPa. Reescreve-se a equação (Eq. 3.20), para obter, portanto, a equação (Eq. 3.21).

$$\zeta = \frac{5,8}{\sqrt{f_c}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + 400 \cdot \varepsilon_r}} \leq \frac{0,9}{\sqrt{1 + 400 \cdot \varepsilon_r}} \quad (\text{Eq. 3.20})$$

$$f_{ce,AB} = \begin{cases} -\frac{0,9 \cdot f_c}{\sqrt{1 + 400 \cdot \varepsilon_r}}, & f_c < 42 \\ -\frac{5,8 \cdot f_c}{\sqrt{1 + 400 \cdot \varepsilon_r}}, & f_c \geq 42 \end{cases} \quad (\text{Eq. 3.21})$$

Para avaliar a deformação ε_r , a curva tensão-deformação pode ser tomada como uma linha reta até a resistência à tração e, nessa faixa, o módulo de elasticidade na tensão pode ser assumido como sendo o mesmo da compressão. Conclui-se que ε_r pode ser expresso pela relação σ_t/E_c . Em que σ_t é a tensão de tração transversal do concreto atuando na biela AB .

Este estado de tensão é desconhecido porque as tensões de compressão e tração na ruptura não são fornecidas. Sabe-se, entretanto, que σ_t em regime biaxial deve ser inferior à resistência à tração do concreto carregado em regime uniaxial. Portanto, o valor máximo que pode ser assumido por σ_t é sempre menor do que o valor limite, de forma que $\sigma_t = f_{ct}$. Ao Aplicando esse valor limite em (Eq. 3.21), obtém-se (Eq. 3.22).

$$f_{ce,AB} = \begin{cases} \frac{0,9 \cdot f_c}{\sqrt{1 + 400 \cdot \frac{f_{ct}}{E_c}}} & \forall f_c \leq 42 \\ \frac{5,8 \cdot f_c}{\sqrt{1 + 400 \cdot \frac{f_{ct}}{E_c}}} & \forall f_c > 42 \end{cases} \quad (\text{Eq. 3.22})$$

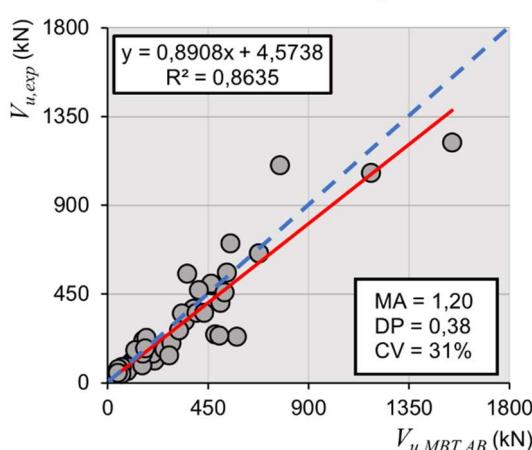
A tensão resistente efetiva para a biela AB , apresentada na equação (Eq. 3.22), deve sofrer uma modificação realizada a partir do coeficiente de efetividade proposto: $k_{MBT,AB}$. A partir daí, obtém-se a equação (Eq. 3.24) – com f_c em MPa – e $k_{MBT,AB}$ especificado em (Eq. 3.19). Aplicando $f_{ce,AB}$ (Eq. 3.24) e $w_{s,AB}$ – equação da largura da biela inclinada sugerida pelo ACI 318 (ACI, 2019) – em (Eq. 3.17), obtém-se (Eq. 3.23), a equação da força resistente em consolos sem A_{sh} com ruptura CD .

$$V_{u,MBT,AB} = f_{ce,AB} \cdot w_{s,AB} \cdot b \cdot \operatorname{sen} \theta \quad (\text{Eq. 3.23})$$

$$f_{ce,AB} = k_{MBT,AB} \cdot \begin{cases} \frac{0,9 \cdot f_c}{\sqrt{1 + 400 \cdot \frac{f_{ct}}{E_c}}} & \forall f_c \leq 42 \\ \frac{5,8 \cdot f_c}{\sqrt{1 + 400 \cdot \frac{f_{ct}}{E_c}}} & \forall f_c > 42 \end{cases} \quad (\text{Eq. 3.24})$$

Foi adicionado, portanto, o coeficiente sugerido neste subcapítulo à proposta de tensão em AB ($f_{ce,AB}$) apresentada por Zhang & Hsu (1998) para obter (Eq. 3.23). Como resultados, no diagrama de dispersão da Figura 3.12, pode-se observar que a diferença entre os coeficientes de inclinação das linhas de tendência experimental e de referência passa a ser de 0,10 e o índice de determinação $R^2 = 0,8635$. Quando avaliado o coeficiente final $\lambda_{MBT,AB}$, obtém-se uma M.A.=1,20, um DP=0,38 e CV=31%.

Figura 3.12 – Relação $V_{u,exp} - V_{u,MBT,AB}$



Fonte: Autor (2024)

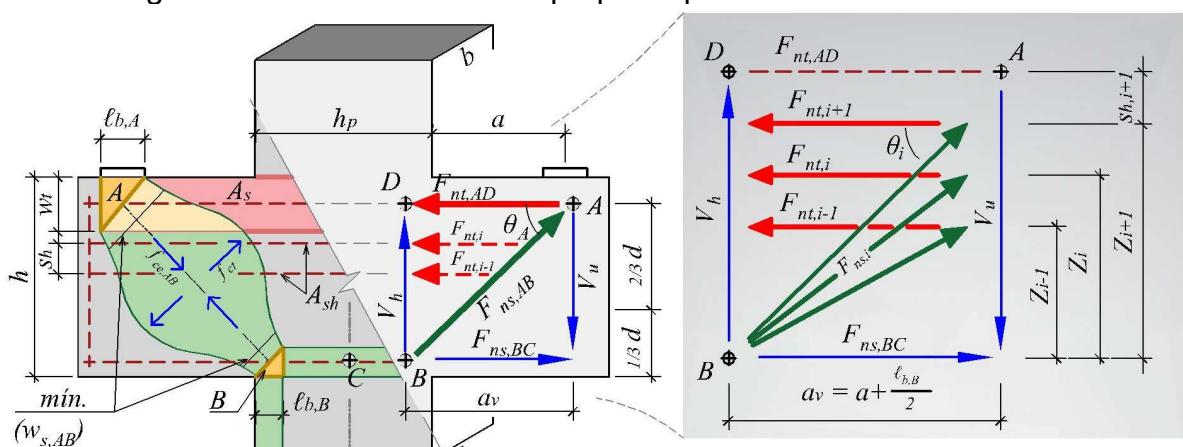
E, como resultado da proposta de verificação da força resistente vertical para consolos curtos sem armadura de costura ($V_{u,MBT}$), será utilizada a menor entre as equações (Eq. 3.23) e (Eq. 3.14) para os modos de ruptura de compressão na zona nodal em B e por fendilhamento ou compressão na biela AB analisados, apresentada na (Eq. 3.25).

$$V_{u,MBT} \leq \begin{cases} f_{ce,AB} \cdot w_{s,AB} \cdot b \cdot \sin \theta \\ f_{ce,B} \cdot w_{s,BC} \cdot b \cdot \tan \theta \end{cases} \quad (\text{Eq. 3.25})$$

3.2.6 Biela inclinada AB em consolos com armadura de costura

Neste trabalho, está sendo considerada a hipótese de contribuição da armadura secundária horizontal com a força resistente vertical advinda do aumento da tensão resistente efetiva da biela AB ($f_{ce,AB}$), provocado pelo intertravamento de agregados e o efeito de ponte entre fissuras. Para isso, propõe-se o modelo estático ilustrado na Figura 3.13, que possui várias treliças secundárias, uma para cada camada de armadura de costura, formando um sistema de bielas e tirantes no interior do sistema principal explanado no subcapítulo 3.2.5.

Figura 3.13 – Modelo estático proposto para armadura de costura



Fonte: Autor (2023)

As barras formadas pelas camadas i , mostradas na Figura 3.13, são tirantes secundários e representam a armadura de costura. O sistema treliçado determinado secundário proposto é constituído pelo tirante formado entre a ancoragem da camada de armadura i e a zona nodal B . O cateto oposto ao ângulo θ_i , existente entre as

barras AD e AB , é o braço de alavanca secundário Z_i e o cateto adjacente é a distância a somada a $1/2 \cdot \ell_{b,B}$, que resulta em a_v .

A parcela resistente secundária ($V_{u,h}$) é a soma entre as contribuições verticais de cada camada de armadura de costura ($V_{u,hi}$), que é igual a $F_{ni,h} \cdot \tan \theta$. Por sua vez, $F_{h,i}$ é igual ao produto $A_{sh,i} \cdot f_{yh} \cdot \tan \theta_i$ e Z_i é o braço de alavanca igual a $Z - i \cdot s_h$ referente à camada em análise. Obtém-se, a partir disso, a equação (Eq. 3.26), que deve ser somada à (Eq. 3.23), gerando a expressão geral para verificação de consolos curtos com costura e que sofrem ruptura por compressão diagonal CD (Eq. 3.27).

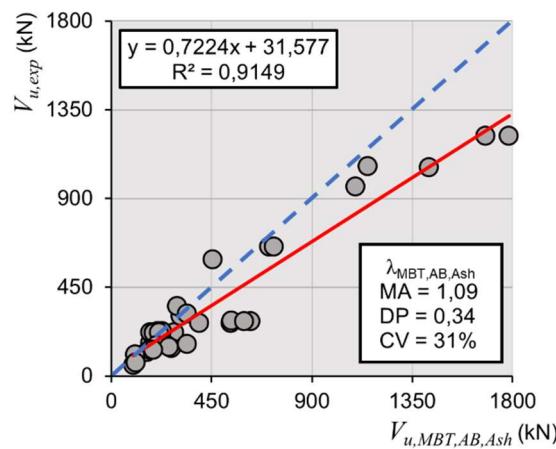
$$V_{u,h} = \sum (A_{sh,i} \cdot \tan \theta_i) \cdot f_{yh}$$

$$V_{u,h} = \sum A_{sh,i} \cdot f_{yh} \cdot \frac{(Z - i \cdot s_h)}{a_v} \quad (\text{Eq. 3.26})$$

$$V_{u,MBT,AB,Ash} = V_{u,MBT,AB} + V_{u,h} \quad (\text{Eq. 3.27})$$

Como resultados, no diagrama da Figura 3.14, pode-se observar que a diferença entre os coeficientes de inclinação das linhas de tendência experimental e de referência é de 0,28 e $R^2 = 0,91$. Quando avaliado o coeficiente final $\lambda_{MBT,AB,Ash}$, obtém-se uma M.A.=1,09, um DP=0,34 e CV=31%. E, como resultado da proposta para consolos curtos com armadura de costura, será utilizada a menor entre as equações para os modos de ruptura avaliados como mostrado na (Eq. 3.28).

Figura 3.14 – Diagrama de dispersão $V_{u,exp} - V_{u,MBT,AB,Ash}$



Fonte: Autor (2024)

$$V_{u,MBT,Ash} \leq \begin{cases} f_{ce,AB} \cdot w_{s,AB} \cdot b \cdot \sin \theta + \sum A_{sh,i} \cdot f_{yh} \cdot \frac{(Z - i \cdot s_h)}{a_v} \\ f_{ce,B} \cdot w_{s,BC,Ash} \cdot b \cdot \tan \theta \end{cases} \quad (\text{Eq. 3.28})$$

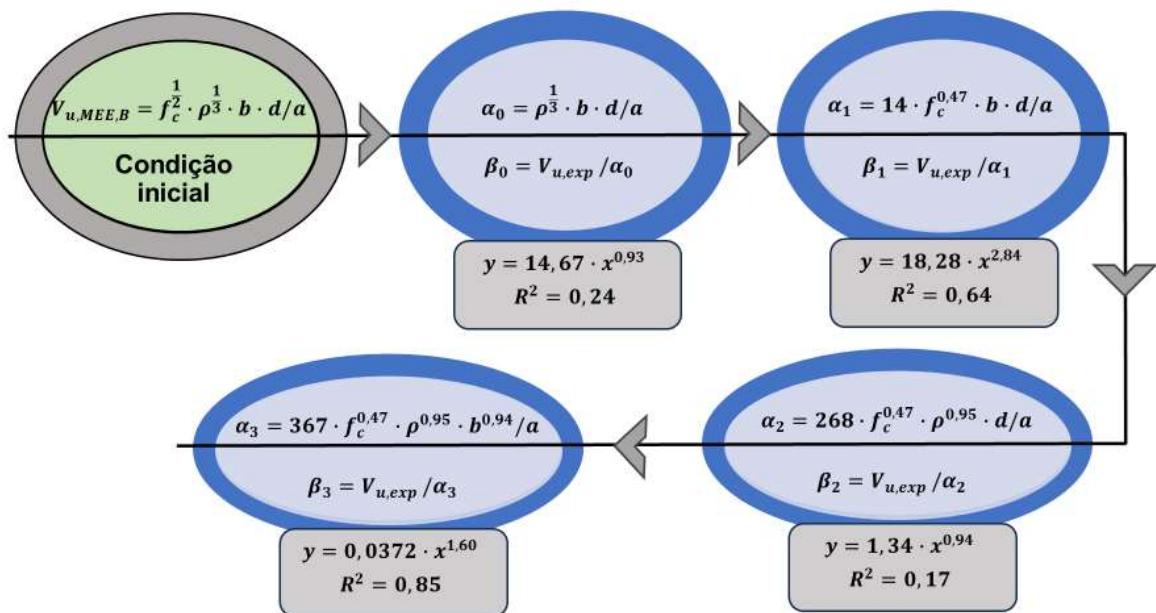
3.3 Modelo baseado no Método Empírico Estatístico (MEE)

O Método Empírico Estatístico é baseado na correlação entre resultados experimentais com os parâmetros conhecidos como as propriedades geométricas e mecânicas da amostra de acordo com os estudos de Fattuhi (1990) e Russo (2006). Neste subcapítulo, esse método será utilizado para determinação da força resistente vertical em consolos curtos sem armadura secundária ($V_{u,MEE}$) e com ($V_{u,MEE,As}$) através de múltiplas iterações advindas dos parâmetros inicialmente considerados.

3.3.1 Zona nodal B sem armadura de costura

A primeira análise será realizada para consolos sem armadura secundária que sofrem ruptura na zona nodal B e, para isso, foram realizadas múltiplas iterações do coeficiente α , como mostrado no fluxograma da Figura 3.15. Esse método é baseado na proposta de carga última de cisalhamento em vigas de Costa (2022) e visa a encontrar o resultado da força resistente na última iteração pelo produto entre o índice β e o coeficiente α .

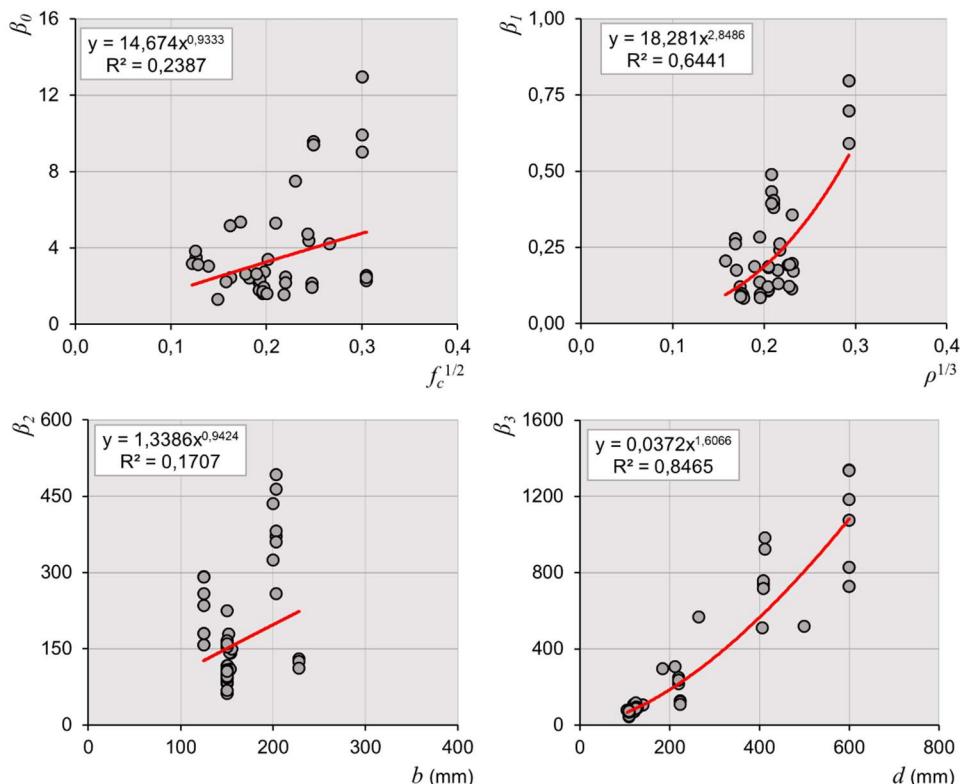
Figura 3.15 – Procedimento de iterações para MEE, B



Fonte: Autor (2024)

Com resultados das correlações entre coeficientes e parâmetros analisados, é possível observar nos diagramas da Figura 3.16, com as linhas de tendência para funções potenciais apresentados, que os índices de determinação R^2 são aumentados gradativamente a partir das múltiplas iterações até encontrar o valor do último coeficiente α . Ele permite, então, obter a força resistente pelo Método Empírico Estatístico para peças com ruptura em B , chamada por isso de $V_{u,MEE,B}$ (Eq. 3.29).

Figura 3.16 – Diagramas de iterações entre parâmetros de MEE, B

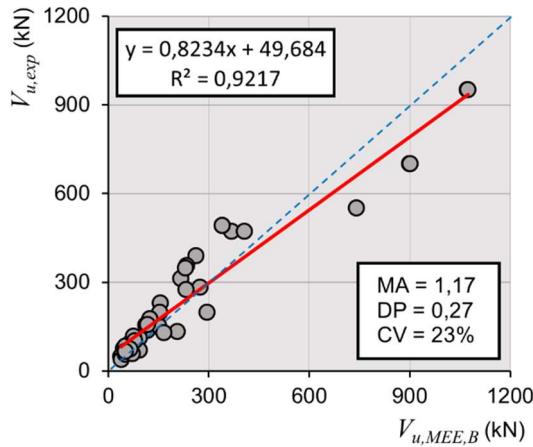


Fonte: Autor (2024)

$$V_{u,MEE,B} = 13,66 \cdot f_c^{0,47} \cdot \rho^{0,95} \cdot b^{0,94} \cdot \frac{d^{1,61}}{a} \quad (\text{Eq. 3.29})$$

Aplicando (Eq. 3.29) em 45 amostras de consolos curtos sem armadura de costura e que o sofreram ruptura na zona nodal B , é possível obter o diagrama de dispersão apresentado na Figura 3.17. Verifica-se que a diferença entre os coeficientes de inclinação das linhas de tendência experimental e de referência é de 0,18 e $R^2 = 0,92$. Quando avaliado o índice $\lambda_{MEE,B}$, obtém-se uma M.A.=1,17, um DP=0,27 e CV=23%.

Figura 3.17 – Diagrama de dispersão $V_{u,exp} - V_{u,MEE,B}$



Fonte: Autor (2024)

3.3.2 Zona nodal *B* com armadura de costura

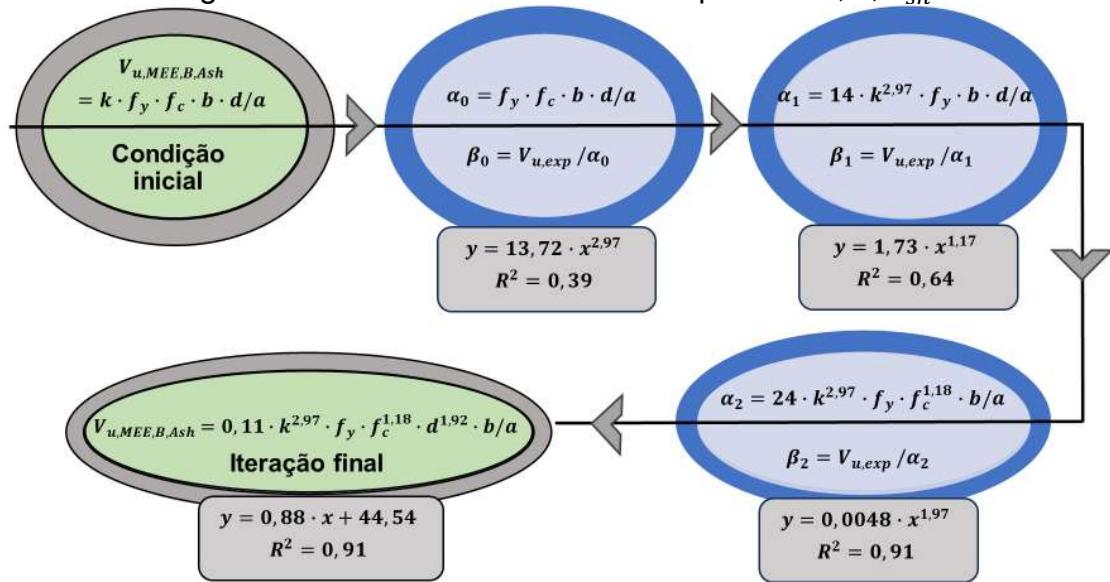
A segunda análise será realizada para consolos com armadura secundária que sofrem ruptura na zona nodal *B* e, para isso, foram realizadas múltiplas iterações até coeficiente α_2 como mostrado no fluxograma da Figura 3.18. Esta etapa irá contar com a presença de dois novos parâmetros: k , definido no estudo de Hwang *et al* (2000), apresentado na equação (Eq. 3.30), e a tensão de escoamento do aço (f_y). Como resultado do procedimento, foi obtida a equação baseado em MEE (Eq. 3.31).

$$k = \sqrt{\left(\frac{E_s}{E_c} \cdot \frac{A_s + 0,2 \cdot A_{sh}}{b \cdot d}\right)^2 + 2 \cdot \frac{E_s}{E_c} \cdot \frac{A_s + 0,2 \cdot A_{sh}}{b \cdot d}} - \frac{E_s}{E_c} \cdot \frac{A_s + 0,2 \cdot A_{sh}}{b \cdot d} \quad (\text{Eq. 3.30})$$

$$V_{u,MEE,B,A_{sh}} = 0,11 \cdot k^{2,97} \cdot f_y \cdot f_c^{1,18} \cdot b \cdot \frac{d^{1,92}}{a} \quad (\text{Eq. 3.31})$$

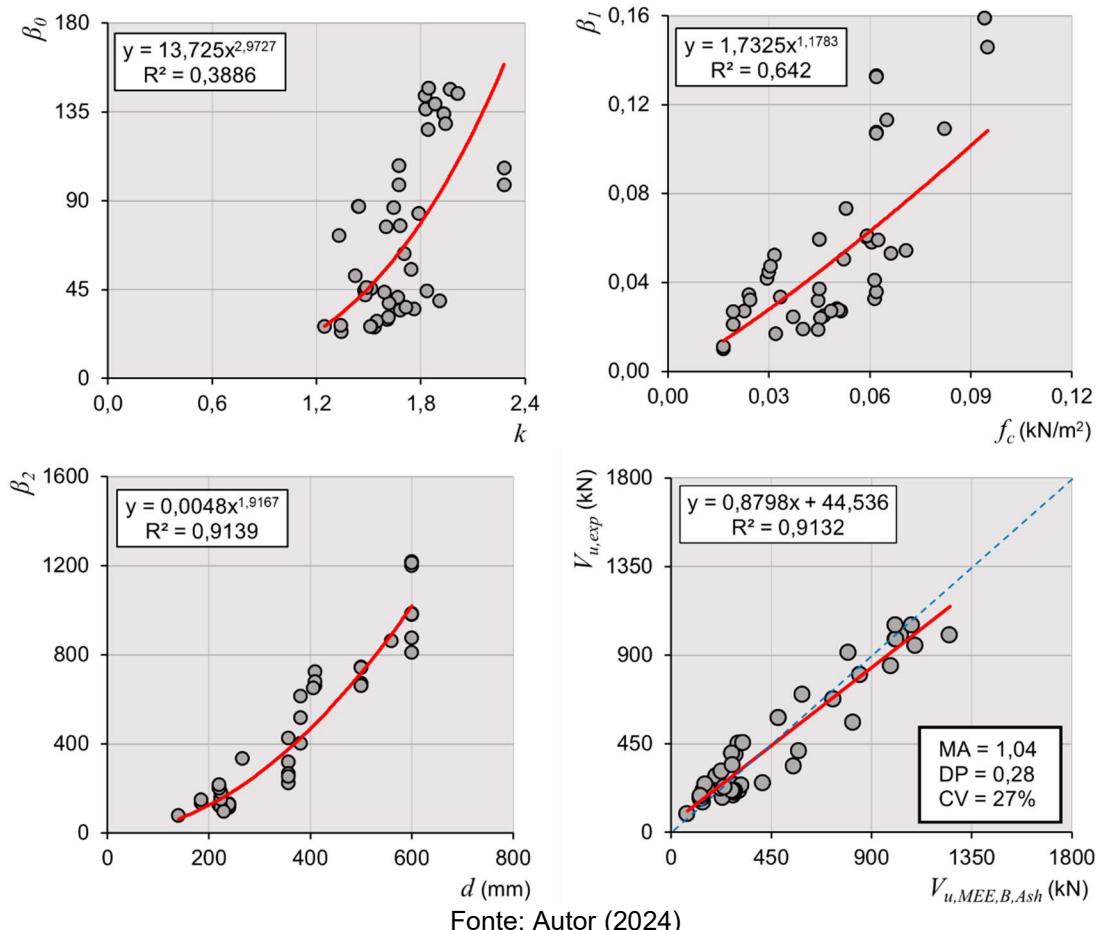
Aplicando (Eq. 3.31) em 45 amostras de consolos curtos com armadura de costura e que sofreram ruptura na zona nodal *B*, é possível obter o diagrama de dispersão que relaciona $V_{u,exp}$ e $V_{u,MEE,B,A_{sh}}$, apresentado na Figura 3.19. Verificou-se que a diferença entre os coeficientes de inclinação das linhas de tendência experimental e de referência é de 0,12 e $R^2 = 0,91$. Quando avaliado o índice $\lambda_{MEE,B,A_{sh}}$, obtém-se uma M.A.=1,04, um DP=0,28 e CV=27%.

Figura 3.18 – Procedimento iterativo para MEE, B, A_{sh}



Fonte: Autor (2024)

Figura 3.19 – Diagramas de iterações entre parâmetros de MEE, B, A_{sh}

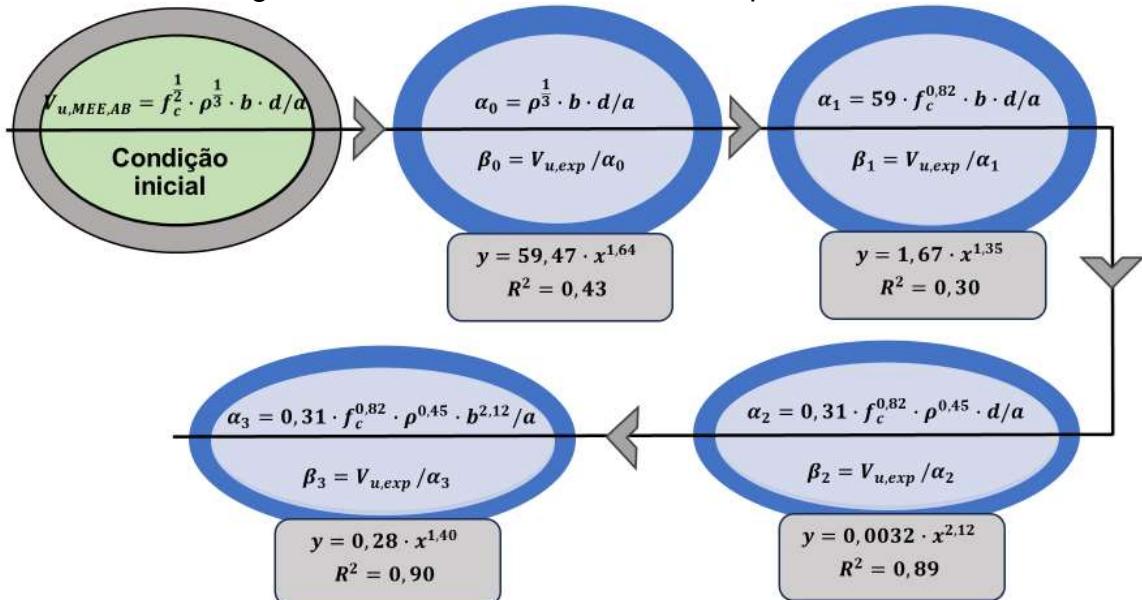


Fonte: Autor (2024)

3.3.3 Biela inclinada AB sem armadura de costura;

A terceira análise estatística será realizada para consolos sem armadura secundária que sofrem ruptura por compressão da biela AB ou por fendilhamento e, para isso, foram realizadas múltiplas iterações até o coeficiente α_3 , como mostrado no fluxograma da Figura 3.20. Trata-se, nesta etapa, da relação entre parâmetros geométricos e mecânicos de forma estatística a partir do resultado conhecido ($V_{u,exp}$) extraído do banco de dados da Tabela 3.1 para encontrar $V_{u,MEE,AB}$ em (Eq. 3.32).

Figura 3.20 – Procedimento iterativo para MEE, AB



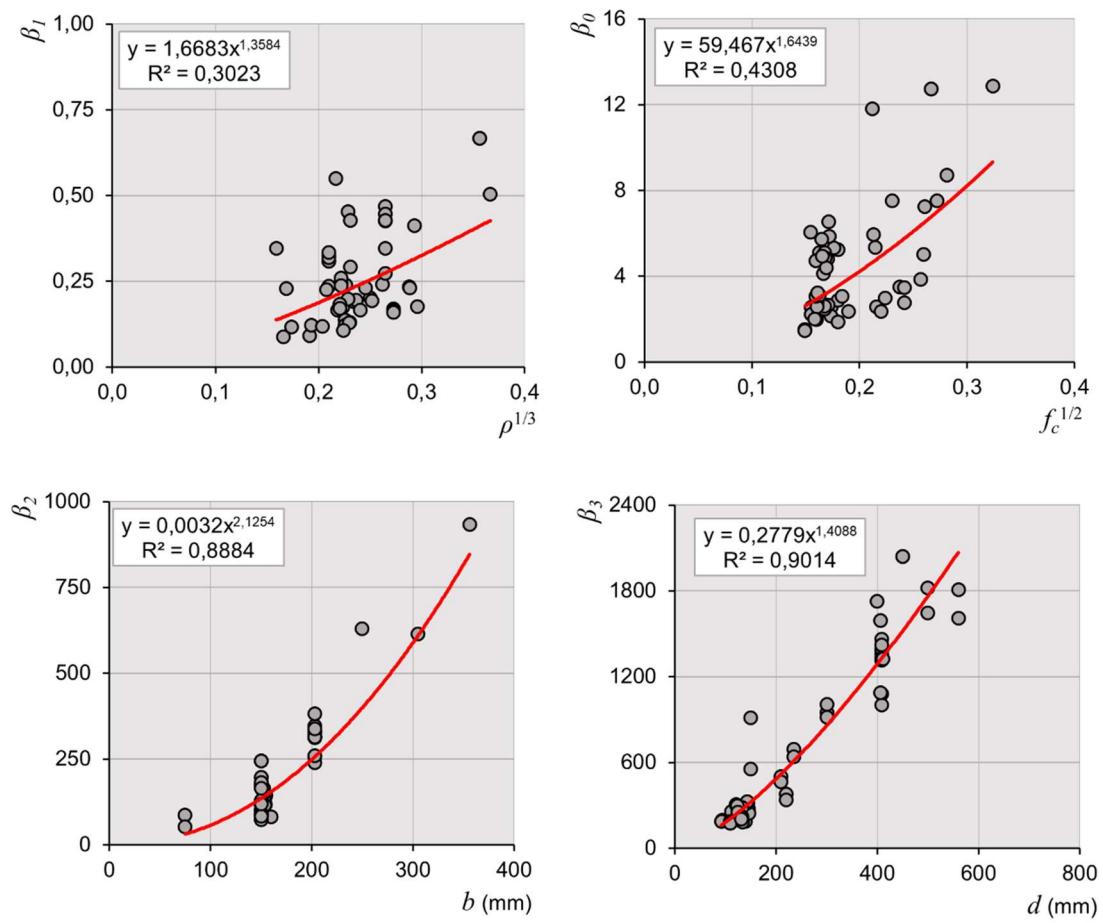
Fonte: Autor (2024)

Com os resultados das correlações entre os coeficientes α e os parâmetros analisados, obtém-se os diagramas da Figura 3.21 com as linhas de tendência para funções potenciais. Os índices de determinação R^2 são aumentados gradativamente a partir das múltiplas iterações até encontrar o valor do último coeficiente α . Ele permite, então, obter a força resistente pelo Método Empírico Estatístico para peças com tipo de ruptura em análise, chamada por isso de $V_{u,MEE,AB}$ (Eq. 3.32).

$$V_{u,MEE,AB} = 0,0882 \cdot f_c^{0,82} \cdot \rho^{0,45} \cdot b^{2,12} \cdot \frac{d^{1,41}}{a} \quad (\text{Eq. 3.32})$$

Aplicando (Eq. 3.31) em 55 amostras de consolos curtos sem armadura de costura e que sofreram compressão diagonal ou fendilhamento, é possível obter o diagrama de dispersão que relaciona $V_{u,exp}$ e $V_{u,MEE,AB}$, apresentado na Figura 3.22. Verificou-se que a diferença entre os coeficientes de inclinação das linhas de tendência experimental e de referência é de 0,11 e $R^2 = 0,95$. Quando avaliado o índice $\lambda_{MEE,AB}$, obtém-se uma M.A.=1,01, um DP=0,23 e CV=23%.

Figura 3.21 – Diagramas de iterações entre parâmetros de MEE, AB

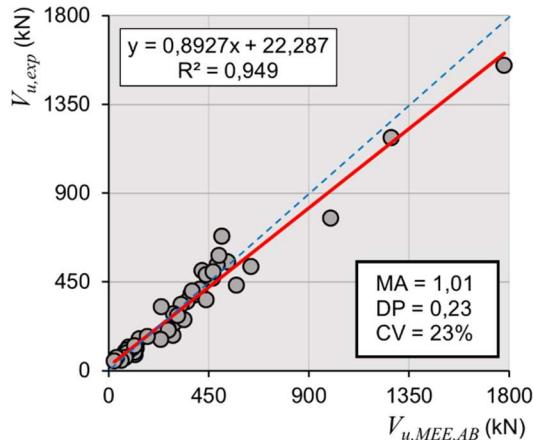


Fonte: Autor (2024)

Em posse dos resultados das equações destinadas à estimativa de força resistente para consolos sem armadura secundária horizontal – (Eq. 3.29) e (Eq. 3.32) – e que sofrem ruptura por compressão na zona nodal B, fendilhamento ou compressão na biela diagonal AB, é possível determinar a equação geral para consolos sem armadura de costura através da inequação (Eq. 3.33).

$$V_{u,MEE} \leq \begin{cases} 13,66 \cdot f_c^{0,47} \cdot \rho^{0,95} \cdot b^{0,94} \cdot \frac{d^{1,61}}{a} \\ 0,0882 \cdot f_c^{0,82} \cdot \rho^{0,45} \cdot b^{2,12} \cdot \frac{d^{1,41}}{a} \end{cases} \quad (\text{Eq. 3.33})$$

Figura 3.22 – Diagrama de dispersão $V_{u,exp} - V_{u,MEE,AB}$



Fonte: Autor (2024)

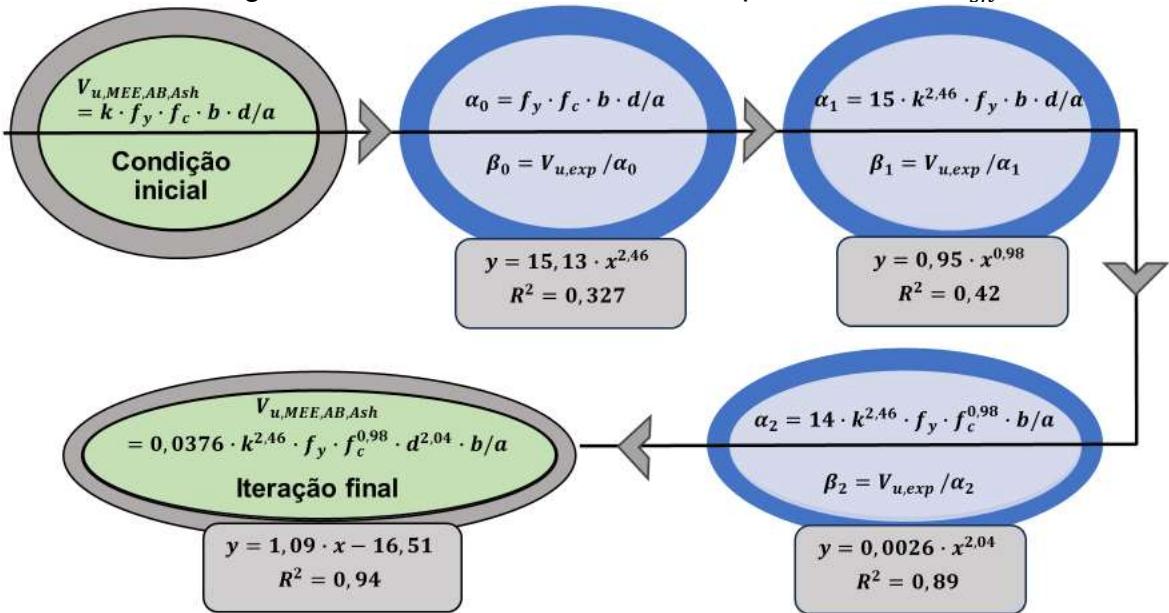
3.3.4 Biela inclinada AB com armadura de costura

A última análise estatística será realizada para consolos com armadura secundária que sofrem ruptura por compressão da biela *AB* ou por fendilhamento e, para isso, foram realizadas múltiplas iterações até o coeficiente α_2 , como mostrado no fluxograma da Figura 3.23. Trata-se, nesta etapa, da relação entre parâmetros geométricos e mecânicos de forma estatística a partir do resultado conhecido ($V_{u,exp}$), extraído do banco de dados da Tabela 3.1 para encontrar $V_{u,MEE,AB,A_{sh}}$ em (Eq. 3.34).

Aplicando (Eq. 3.31) em 40 amostras de consolos curtos com armadura de costura e que sofreram o tipo de ruptura em questão, é possível obter o diagrama de dispersão que relaciona $V_{u,exp}$ e $V_{u,MEE,AB,A_{sh}}$, apresentado na Figura 3.24. Verificou-se que a diferença entre os coeficientes de inclinação das linhas de tendência experimental e de referência é de 0,01 e $R^2 = 0,94$. Quando avaliado o índice $\lambda_{MEE,AB,A_{sh}}$, obtém-se uma M.A.=1,06, um DP=0,29 e CV=27%.

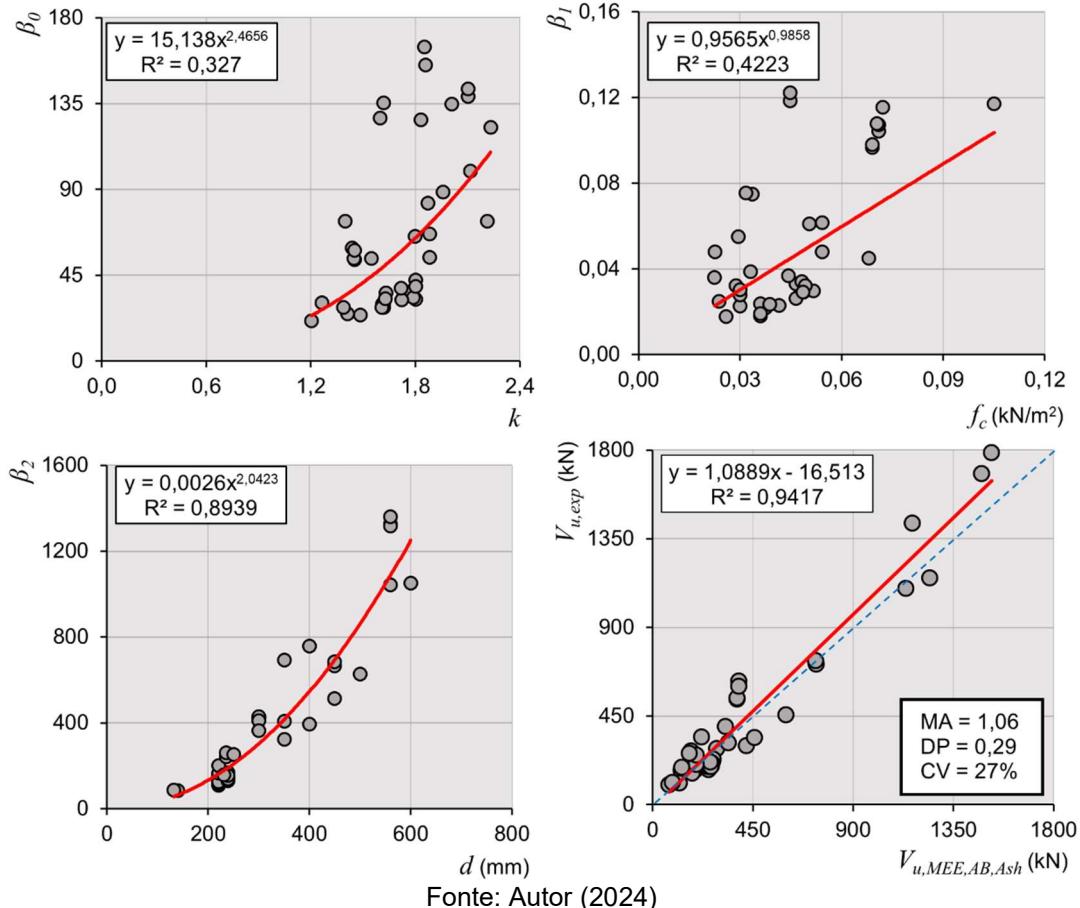
$$V_{u,MEE,AB,A_{sh}} = 0,0376 \cdot k^{2,46} \cdot f_y \cdot f_c^{0,98} \cdot b \cdot d^{2,04} / a \quad (\text{Eq. 3.34})$$

Figura 3.23 – Procedimento iterativo para MEE, AB, A_{sh}



Fonte: Autor (2024)

Figura 3.24 – Diagramas de iterações entre parâmetros de MEE, AB, A_{sh}



Fonte: Autor (2024)

Em posse dos resultados das equações destinadas à estimativa de força resistente para consolos com armadura secundária horizontal – (Eq. 3.31) e (Eq. 3.34) – e que sofrem ruptura por compressão na zona nodal *B*, fendilhamento ou compressão na biela diagonal *AB*, é possível determinar a equação geral para consolos sem armadura de costura através da inequação (Eq. 3.35).

$$V_{u,MEE,A_{sh}} \leq \begin{cases} 0,11 \cdot k^{2,97} \cdot f_y \cdot f_c^{1,18} \cdot b \cdot \frac{d^{1,92}}{a} \\ 0,0376 \cdot k^{2,46} \cdot f_y \cdot f_c^{0,98} \cdot b \cdot \frac{d^{2,04}}{a} \end{cases} \quad (\text{Eq. 3.35})$$

4 ESTUDO DE CASO

As equações $V_{u,MBT,A_{sh}}$ e $V_{u,MEE,A_{sh}}$ serão utilizadas, com o intuito de julgar e exemplificar a viabilidade de aplicação da metodologia proposta em comparação às equações apresentadas no subcapítulo 2.2. Para isso, elas serão aplicadas em consolos duplos de altura constante e monolíticos, apoiando vigas laterais que suportam lajes de salas comerciais para uso de escritórios, com carga uniformemente distribuída de $2,5 \text{ kN/m}^2$ para a edificação mostrada em (a) da Figura 4.1.

Figura 4.1 – Edificação executada com estrutura pré-moldada em Santarém-PA



Fonte: Autor (2023)

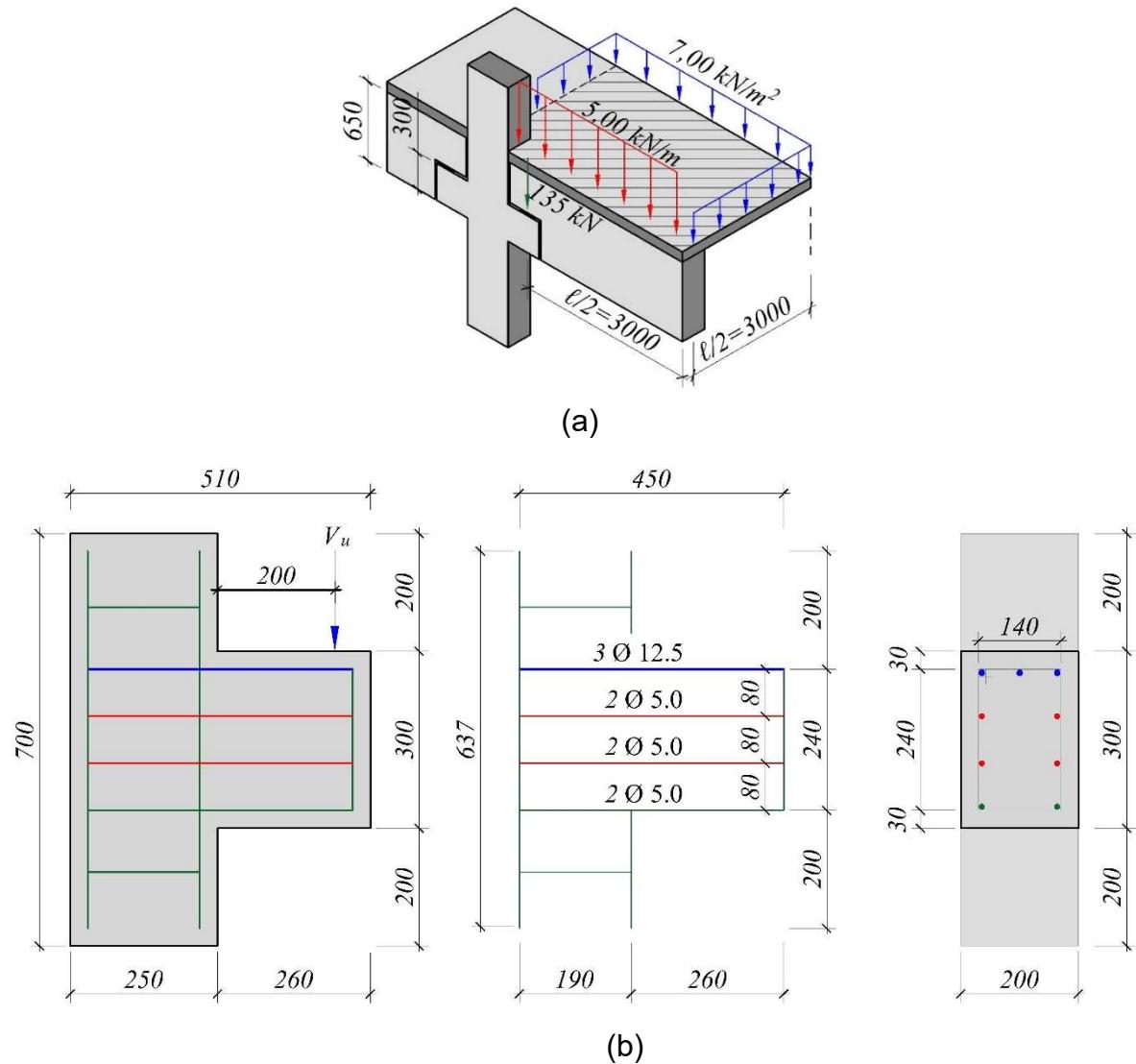
A edificação em questão possui três pavimentos, sendo o primeiro estacionamento e mais dois de salas comerciais na cidade de Santarém-PA – Figura 4.1. Os pilares, vigas, consolos e blocos tipo cálice sobre 2 estacas de divisa e blocos centrados sobre 3 estacas foram executados com estrutura pré-moldada, lajes com vigotas treliçadas unidirecionais com capa concretada no local. A vedação foi executada com tijolos cerâmicos com furos horizontais.

4.1.1 Dimensionamento

A área de influência da viga está sendo mostrada na região hachurada do item (a) da Figura 4.2. A laje em análise possui área de 36 m^2 , sendo a carga total (contrapiso, revestimentos, peso próprio e sobrecarga) uniformemente distribuída de $7,0 \text{ kN/m}^2$. A carga linear total na viga foi de 45 kN/m , considerando que ela serve de

suporte para outras vigas secundárias mais a parede e sua altura é de $h = 650$ mm. A carga solicitante característica no consolo foi, por conseguinte, de 135 kN.

Figura 4.2 – Propriedades geométricas: (a) Consolos simétricos; (b) Disposição de armadura



Fonte: Autor (2024)

Observa-se a geometria dos consolos em (a) da Figura 4.2, de altura constante para vigas laterais, todos com $h = 300$, base $b = 200$ mm, altura útil $d = 270$ mm, $a = 200$ mm e cobrimento $c = 25$ mm. A resistência do concreto é $f_c = 35$ MPa, da armadura principal é $f_y = 500$ MPa e secundária é $f_{yh} = 600$ MPa. As barras principais do consolo são $3\phi 12.5$, secundárias horizontais são $2\phi 5.0$ mm – item (b) da Figura 4.2.

4.1.2 Etapas de verificação por método

O roteiro para a verificação de consolos curtos por método está sendo apresentados nas tabelas Tabela 4.2 – Tensões efetivas, Tabela 4.3 – Propriedades geométricas gerais e em zonas nodais,

Tabela 4.4 – Larguras de biela e o procedimento proposto no capítulo 2.2. O procedimento cálculo das forças resistentes últimas está listado na Tabela 4.5 – Forças resistentes.

Tabela 4.1 – Propriedades geométricas limite

Norma	a/d	θ
ABNT (2014)		
ACI (2019)	$a/d \leq 2$	$25^\circ \leq \theta$
CEN (2004)	$a/d \leq 1$	$1 \leq \tan \theta \leq 2,5$
FIB (2011)		

Fonte: Adaptado de (ABNT, 2023), (ACI, 2019), (CEN, 2004), (FIB, 2011)

Tabela 4.2 – Tensões efetivas

Método	CE ^a	σ_c	$f_{ce,BC}$	$f_{ce,B}$	$f_{ce,AB}$
ABNT (2014)	$\alpha_v = 1 - \frac{f_c}{250}$	$\alpha_c^b \cdot f_c$	$k_1^c \cdot \alpha_v \cdot \sigma_c$	$k_1 \cdot \alpha_v \cdot \sigma_c$	$k_3^b \cdot \alpha_v \cdot \sigma_c$
ACI (2019)	-	$\alpha_c^b \cdot f_c$	$\beta_{c,BC}^d \cdot \beta_{s,BC}^d \cdot \sigma_c$	$\beta_{n,B}^d \cdot \beta_{c,B}^d \cdot \sigma_c$	$\beta_{s,AB}^d \cdot \beta_{c,AB}^e \cdot \sigma_c$
CEN (2004)	$v = 1 - \frac{f_c}{250}$	f_c	σ_c	$k_1^f \cdot v \cdot \sigma_c$	$v \cdot \sigma_c$
FIB (2011)	$n_{fc} = \sqrt[3]{\frac{30}{f_c}} \leq 1$	f_c	σ_c	$k_1^f \cdot n_{fc} \cdot \sigma_c$	$k_3^g \cdot n_{fc} \cdot \sigma_c$

^a Coeficiente de efetividade de tensão resistente

^b $\alpha_c = 0,85$

^c $k_1 = 0,85$; $k_3 = 0,72$

^d $\beta_{c,BC} = 1$; $\beta_{s,BC} = 1$; $\beta_{n,B} = 1$; $\beta_{c,B} = 1$; $\beta_{n,B} = 1$; $\beta_{s,AB} = 0,75$

^e $\beta_{c,AB} = 1,14$ (ver 2.2.2)

^f $k_1 = 1$ referente ao Eurocode 2 (CEN, 2004) e ao Model Code 10 (FIB, 2011)

^g $k_3 = 0,55$ referente ao Model Code 10 (FIB, 2011)

Fonte: Adaptado de (ABNT, 2023), (ACI, 2019), (CEN, 2004), (FIB, 2011)

Tabela 4.3 – Propriedades geométricas gerais e em zonas nodais

w_t	$w_{s,BC}$	Z	a_v	$w_{s,B}$	$\ell_{b,B}$	θ
$2 \cdot d'$	$\frac{A_s \cdot f_y}{f_{ce,BC} \cdot b}$	$d - w_{s,BC}$	$a + \frac{\ell_{b,B}}{2}$	$\sqrt{\ell_{b,B}^2 + w_{s,BC}^2}$	$\ell_{b,A}$	$\operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{Z}{a_v} \right)$

Fonte: Adaptado de (ABNT, 2023), (ACI, 2019), (CEN, 2004), (FIB, 2011)

Tabela 4.4 – Larguras de biela

$w_{s,AB,B}$	$w_{s,AB,A}$
$\ell_{b,B} \cdot \sin \theta + w_{s,BC} \cdot \cos \theta$	$\ell_{b,A} \cdot \sin \theta + w_t \cdot \cos \theta$

Fonte: Adaptado de (ABNT, 2023), (ACI, 2019), (CEN, 2004), (FIB, 2011)

Tabela 4.5 – Forças resistentes

$F_{nn,B1}$	$F_{nn,B2}$	$F_{nn,B3}$	$F_{ns,AB}$	$F_{ns,BC}$
$f_{ce,B} \cdot \ell_{b,B} \cdot b$	$f_{ce,B} \cdot w_{s,BC} \cdot b$	$f_{ce,B} \cdot w_{s,B} \cdot b$	$f_{ce,BC} \cdot w_{s,BC} \cdot b$	$f_{ce,AB} \cdot w_{s,AB} \cdot b$
$V_{u,B1}$	$V_{u,B2}$	$V_{u,B3}$	$V_{u,BC}$	$V_{u,AB}$
$f_{ce,B} \cdot \ell_{b,B} \cdot b$	$F_{nn,B2} \cdot \tan \theta$	$F_{nn,B3} \cdot \sin \theta$	$F_{ns,AB} \cdot \tan \theta$	$F_{ns,BC} \cdot \sin \theta$

Fonte: Adaptado de (ABNT, 2023), (ACI, 2019), (CEN, 2004), (FIB, 2011)

5 MODELAGEM COMPUTACIONAL

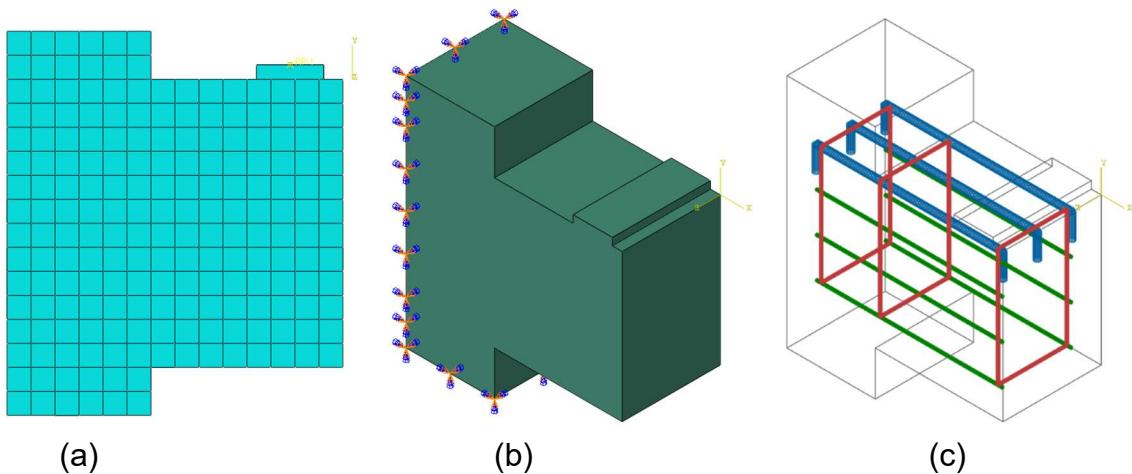
Será abordada, neste capítulo, a modelagem computacional, através do Método de Elementos Finitos, da peça dimensionada no capítulo 4. Para tal, utilizar-se-á o software Abaqus/CAE *Learning Edition* 2023, ferramenta muito empregada na pesquisa por apresentar interface e condições de uso bem definidas. É preciso especificar, antes disso, os parâmetros da simulação, destacando a malha, condições de contorno, interação entre materiais e suas relações constitutivas.

5.1 Propriedades geométricas da modelagem

5.1.1 Geometria e condições de contorno

A modelagem tridimensional do consolo é mostrada na Figura 5.1, junto com o corte na geometria. A malha é apresentada em (a) e cada elemento possui 25 mm. O plano de simetria é apresentado em (b), bem com o ponto de referência RP1, onde é imposta a força através do controle de deslocamento. Por fim, A armadura é embutida na geometria do consolo através da ferramenta “*embedded*”, considerando aderência perfeita entre o aço e o concreto, como mostrado em (c).

Figura 5.1 – Modelo tridimensional: (a) Malha; (b) Condições de contorno; (b) Disposição da armadura



Fonte: Autor (2024)

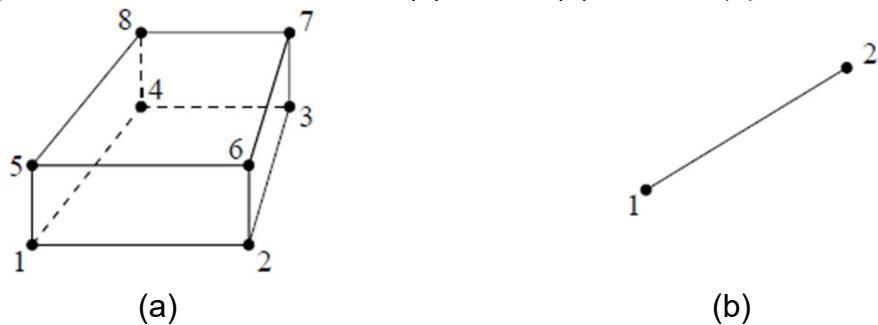
Para efetivar a simetria do modelo, no plano YZ foi restringido o deslocamento em x e os giros em relação a y e z , como mostra (b) da Figura 5.1. Para simular o apoio na base do pilar, foram restringidos os deslocamentos no eixo y na face inferior dele, como mostrado, também em (b). A aplicação de força foi feita através do controle de deslocamento no ponto RP-1, impondo um deslocamento de -5 mm na direção y .

5.1.2 Malha

A geometria do consolo foi discretizada com elementos finitos tridimensionais de sólido disponíveis no Abaqus. Para o consolo foram utilizados os elementos finitos C3D8 – sólido com 6 faces, Figura 5.2 (a). O elemento C3D8 consiste em um elemento tridimensional com 8 nós, contendo 3 graus de liberdade de translação por nó e acarretando elementos com aproximação linear para os deslocamentos.

A armadura foi discretizada em elementos finitos de barra unidimensional com 2 nós Figura 5.2 (b) com aproximação linear dos deslocamentos. Para as armaduras presentes no pilar e a armadura construtiva do consolo, foi adotado o elemento finito de treliça T3D2, no qual cada nó tem 3 graus de liberdade de translação. Já para a armadura do tirante e de costura, fora adotado o elemento de viga B31, no qual cada nó tem 6 graus de liberdade, sendo 3 de translação e 3 de rotação.

Figura 5.2 – Elementos finitos: (a) C3D8, (b) C3D6 e (d) T3D2/B31



Fonte: Adaptado do Abaqus (2023)

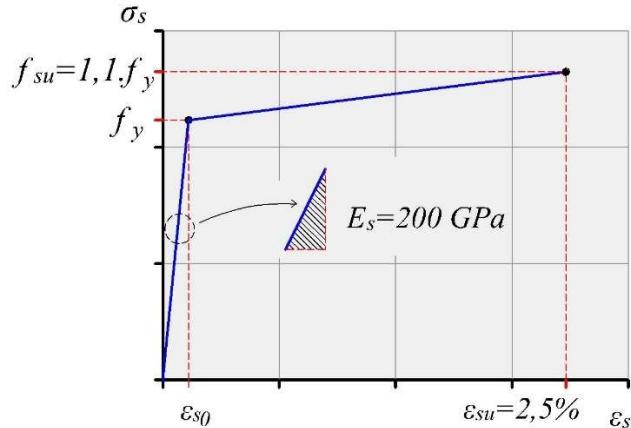
5.2 Relações constitutivas dos materiais

5.2.1 Aço

O modelo simplificado do Model Code (FIB, 2011), que adota um modelo elasto-plástico com encruamento, foi utilizado para o aço. Foi adotado um aço de

classe A com razão $f_i/f_y = 1,1$, deformação última $\varepsilon_{s,u} = 2,5\%$ e módulo de elasticidade $E_s = 200 \text{ GPa}$, como é mostrado na Figura 5.3.

Figura 5.3 – Relação tensão-deformação do aço ($\sigma_s - \varepsilon_s$)



Fonte: Adaptado do Model Code 2010 (FIB, 2011)

5.2.2 Concreto

Para o comportamento do concreto, foi utilizado o modelo baseado na Teoria da Plasticidade e na Mecânica do Dano Contínuo chamado (*Concrete Damaged Plasticity*), ou CDP, presente no software Abaqus. O modelo foi proposto por Lubliner *et al* (1989).

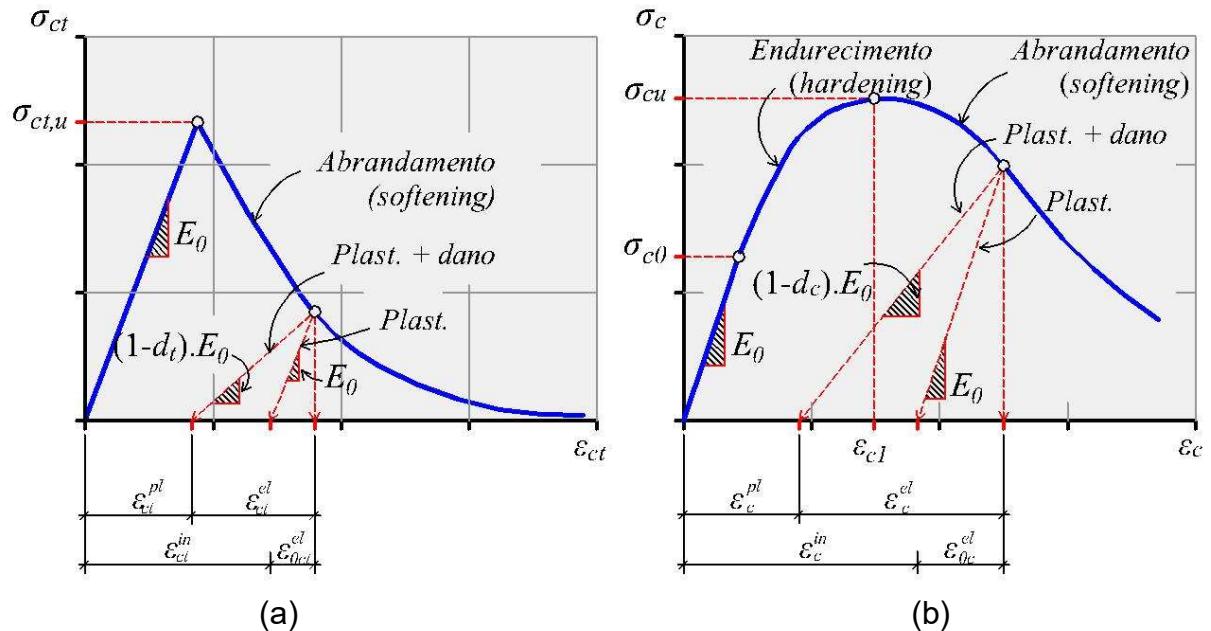
Em carregamentos uniaxiais, a relação tensão-deformação do concreto pode ser representada por (a) da Figura 5.4 para tensões de tração e, (b), para compressão. Em carregamento de tração, pode ser considerado regime elástico linear até a tensão última de ruptura ($\sigma_{ct,u}$), sendo esta ocasionada por fissuras no material. Já no regime plástico, a abertura dessas fissuras ocasiona a redução da tensão com o aumento da deformação, caracterizando a curva de abrandamento (*softening*).

Para carregamento de compressão, o regime linear pode ser considerado até a tensão σ_{c0} e, com a propagação de microfissuras, há a redução do módulo de elasticidade até a tensão última de ruptura (σ_{cu}), caracterizando a curva de endurecimento (*hardening*) em regime plástico. Em seguida, como na tração, ocorre a redução da tensão com o aumento da deformação (abrandamento/*softening*) devido ao aumento e propagação das fissuras – da Figura 5.4 (b).

Para descarregamentos ou cargas cíclicas, ao considerar somente a Teoria da Plasticidade, observa-se o retorno elástico (ε_{ct}^{el}), com o mesmo módulo de elasticidade

inicial E_0 , e deformações irreversíveis ou residuais, chamadas aqui de deformações inelásticas (ε_{ct}^{in}). Já com a introdução da Mecânica do Dano, é possível considerar a degradação da rigidez através da parcela $(1 - d_t)$. Sendo d a variável de dano, que varia de 0 (sem degradação) e 1 (totalmente degradado) e os índices t e c correspondem às tensões de tração e compressão, respectivamente.

Figura 5.4 – Diagrama tensão-deformação do concreto: (a) Tração; (b) Compressão



Fonte: Adaptado do Abaqus (2023)

O módulo de elasticidade (E_c), em MPa, foi definido de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2023), com a expressão (Eq. 5.1) sendo f_c em MPa. O coeficiente de Poisson adotado foi de 0,2 segundo a mesma norma técnica.

$$E_c = \begin{cases} 5600 \cdot f_c^{\frac{1}{2}} & \forall f_c \leq 50 \\ 21500 \cdot \left(\frac{f_c}{10} + 1,25\right)^{\frac{1}{3}} & \forall f_c > 50 \end{cases} \quad (\text{Eq. 5.1})$$

A tensão resistente de tração (f_{tm}), em MPa, foi definida de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2023), com a equação (Eq. 5.2), sendo f_c em MPa. A relação tensão-deformação inelástica uniaxial à tração e compressão pode ser definida através da relação tensão-deformação do material, sendo a deformação inelástica definida como

$\varepsilon_t^{cr} = \varepsilon_t - \sigma_t/E_0$. O comportamento uniaxial à tração foi considerado como mostrado em (a) da Figura 5.4, sendo regime linear até a tensão última (σ_{tu}) e depois um trecho de abrandamento em regime plástico.

$$f_{tm} = \begin{cases} 0,3 \cdot f_c^{\frac{2}{3}} & \forall f_c \leq 50 \\ 2,12 \cdot \ln(1 + 0,11 \cdot f_c) & \forall f_c > 50 \end{cases} \quad (\text{Eq. 5.2})$$

Para o trecho de abrandamento há diferentes modelos analíticos presentes na literatura com diferentes abordagens que descrevem este comportamento. Para este trabalho, será utilizado o Model Code (FIB, 2011), é um modelo analítico baseado na energia de fratura (G_F). Trata-se de uma energia necessária para abrir uma unidade de área de fissura ou fratura, sendo uma propriedade do material.

$$\sigma_t(w) = \begin{cases} f_{tm} \cdot \left(1 - 0,8 \cdot \frac{w}{w_1}\right) & \forall w \leq w_1 \\ f_{tm} \cdot \left(0,25 - 0,05 \cdot \frac{w}{w_1}\right) & \forall w_1 < w \leq w_c \end{cases} \quad (\text{Eq. 5.3})$$

Com esta abordagem, o comportamento frágil do concreto é caracterizado por um comportamento tensão-abertura de fissura (w), que, ao atingir a tensão última f_{tm} ($w = 0$), as zonas de fraturas começam a se desenvolver resultando na redução da tensão até o limite $\sigma_t = 0$ e $w = w_c$, sendo w_c a abertura de fissura crítica (ABAQUS, 2014). Em que $w_1 = G_f/f_{tm}$ e $w_c = 5 \cdot G_f/f_{tm}$. De acordo com o Model Code 2010 (FIB, 2011), $G_f = 73 \cdot f_{cm}^{0,18}$, sendo o resultado em N/m.

Assim como na tração, a relação tensão-deformação inelástica uniaxial à compressão pode ser definida através da relação tensão-deformação do concreto através da expressão $\varepsilon_t^{in} = \varepsilon_c - \sigma_c/E_0$, sendo σ_c definido pela equação (Eq. 5.4)

$$\sigma_c = \sigma_{cu} \cdot \frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k - 2) \cdot \eta} \quad (\text{Eq. 5.4})$$

$$\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}} \quad (\text{Eq. 5.5})$$

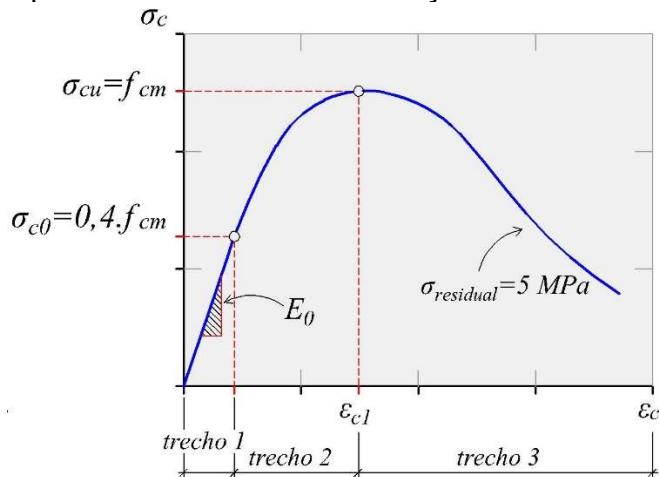
$$k = \frac{E_c \cdot \varepsilon_{c0}}{f_{cm}} \quad (\text{Eq. 5.6})$$

A curva tensão-deformação uniaxial do concreto à compressão foi considerada, podendo ser dividido em três trechos. O primeiro trecho é caracterizado pelo regime linear com módulo de elasticidade secante E_c até a tensão σ_{c0} , sendo esta considerada 40% da tensão última (σ_{cu}), como recomenda o Model Code (FIB, 2011). O segundo trecho (*hardening*) é ascendente, caracterizado pelo comportamento não linear até a tensão última (σ_{cu}) com a correspondente deformação ε_{c1} .

$$\sigma_c(\varepsilon_c) = f_{cm} \cdot \left[\frac{E_{ci} \cdot \frac{\varepsilon_c}{f_{cm}} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^2}{1 + \left(E_{ci} \cdot \frac{\varepsilon_c}{f_{cm}} - 2 \right) \cdot \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}} \right] \quad (\text{Eq. 5.7})$$

O modelo do Model Code (FIB, 2011) utiliza apenas uma expressão para o comportamento dos dois trechos e considera o módulo de elasticidade inicial do concreto (E_{ci}), sendo este estimado pela formulação do Model Code (FIB, 2011): $E_{ci} = E_c / \alpha_i$, onde $\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot f_{cm}/88 \leq 1$.

Figura 5.5 – Comportamento tensão-deformação do concreto sob compressão



Fonte: Adaptado do Model Code 10 (FIB, 2011)

5.2.2.1 Parâmetros do critério de escoamento

O parâmetro σ_{b0}/σ_{c0} é a razão entre as tensões de escoamento biaxial e uniaxial do concreto à compressão. Valores experimentais deste parâmetro variam de 1,10 a 1,16 de acordo com Lubliner *et al* (1989), sendo adotado 1,16 como padrão. O

parâmetro K_c determina o formato da superfície de falha no plano desviador, devendo assumir valores entre 0,5 e 1,0. Segundo Lubliner *et al* (1989), o fato deste parâmetro ser uma constante não contradiz evidências experimentais, sendo observados valores de 0,64 a 0,8. O valor utilizado por Lubliner *et al* (1989) e adotado como padrão no software é de 2/3.

5.2.2.2 Parâmetros do potencial plástico

O parâmetro e (excentricidade) define a curvatura da hipérbole de Drucker-Prager, podendo assumir qualquer valor positivo. O valor padrão utilizado pelo software é 0,1. Reginato (2020) avaliou esse valor e constatou uma variação 0,05 a 0,2. Observou ainda que este parâmetro pouco influencia no comportamento geral do consolo, tanto no comportamento da curva Carga vs Deslocamento, quanto no padrão de fissuração. Constatou-se apenas um pequeno aumento na capacidade resistente quanto maior for o valor e .

O ângulo de dilatância (ψ) é o ângulo medido no plano $p - q$ em pressões de alto confinamento. No CDP, este ângulo deve assumir valor maior que zero e menor que $\arctg(3/2)$, ou seja, $0^\circ < \psi < 56,31^\circ$. O software não fornece um valor padrão utilizado para este parâmetro, devendo ser ele calibrado de acordo com o concreto utilizado.

Reginato (2020) avaliou esse parâmetro e constatou que uma abordagem muito comum utilizada para calibração do ângulo de dilatância é simular a estrutura variando o valor do ângulo dentre uma faixa de valores pré-estabelecidas e, após os resultados, escolher o valor que mais se ajusta a curva experimental. A curva que mais se aproximou da experimental foi a com ângulo de dilatância de 42° , sendo esta escolhida para as simulações.

5.2.2.3 Parâmetro de regularização viscoplástica

A viscosidade (μ) é o parâmetro de relaxação do tempo no sistema viscoplástico utilizado pelo Abaqus para contornar problemas de convergência do modelo numérico. No CDP, o valor da viscosidade deve ser maior ou igual a zero, sendo que, quando utilizado o valor zero, nenhuma regularização viscoplástica é assumida (ABAQUS, 2023).

Com a finalidade de contornar problemas de convergência, Reginato (2020) avaliou o parâmetro e avaliou-se também o custo computacional de cada valor de viscosidade. Quando comparado com a simulação de $\mu = 0$ com $\mu = 10^{-6}$ e $\mu = 10^{-5}$ não apresentaram reduções significativas, já para $\mu = 10^{-4}$, $\mu = 10^{-3}$ e $\mu = 10^{-2}$, houve reduções do custo computacional de 9%, 41% e 44%, respectivamente. O valor, por ele adotado foi $\mu = 0$.

6 RESULTADOS

6.1 Propostas para consolos com armadura de costura

As propostas de verificação para consolos com armadura de costura $V_{u,MBT,A_{sh}}$ e $V_{u,MEE,A_{sh}}$ – (Eq. 3.28) e (Eq. 3.35) – serão avaliadas quanto à precisão, separados em intervalos de a/d , dispersão, comparados com propriedades mecânicas e geométricas fornecidas, e segurança, classificada de acordo com uma versão modificada do *DPC - Demerit Points Classification* de Collins (2001). Para isso, será utilizado o parâmetro $\lambda = V_{u,exp}/V_{u,teo}$ – relação entre os resultados experimentais e teóricos propostos.

A análise de λ será feita com a aplicação das equações em 89 peças com altura constante e variável, com armadura de costura e para todas as classes de resistência. Além da propostas de verificação, serão avaliados os métodos prescritos pelos códigos: (ABNT, 2023), (ACI, 2019), (CEN, 2004) e (FIB, 2011). Os resultados serão julgados, por fim, quanto à segurança, inversamente proporcional à soma da penalidade da Tabela 6.1 e mostrada também a quantidade de peças por classificação.

Tabela 6.1 – Quantidade de peças por classificação DPC

λ	Pen ^a	Classificação	peças (MBT,A _{sh})	peças (MEE,A _{sh})	peças (ABNT)	peças (ACI)	peças (CEN)	peças (FIB)
< 0,5	10	Extremamente perigosa	0	0	0	0	0	0
[0,5-0,85[5	Perigosa	19	13	26	37	18	28
[0,85-1,15[0	Segurança apropriada	27	38	24	17	28	24
[1,15-2,0[1	Conservadora	42	38	38	34	39	35
> 2,0	2	Extremamente conservadora	1	0	1	1	4	2

a = Penalidade (*Demerit Points Classification*)

Fonte: Adaptado de Moraes Neto (2013)

A penalidade está sendo apresentada na Tabela 6.2. $V_{u,MBT,A_{sh}}$ está abaixo 22% do (ABNT, 2023), 44,6% do (ACI, 2019) e 29% do (FIB, 2011). $V_{u,MEE,A_{sh}}$ está abaixo 65% do (ABNT, 2023), 114% do (ACI, 2019), 33% do (CEN, 2004) e 64% do (FIB, 2011). O (ACI, 2019) e (FIB, 2011) possuem as maiores quantidades de peças com λ contido no intervalo [0,5-0,85[, ou seja, classificadas como “perigosas”. $V_{u,MEE,A_{sh}}$ possui a maior quantidade de peças classificadas como “segurança apropriada”

Ao avaliar os parâmetros estatísticos, também na Tabela 6.2, observa-se que MA de $V_{u,MEE,A_{sh}}$ e (ACI, 2019) são as duas mais próximas de $\lambda = 1$ – valor ideal por representar igualdade entre a força de ruptura observada experimentalmente e a força resistente estimada teórica –, o CV e o DP de $V_{u,MEE,A_{sh}}$ são os menores registrados. Observa-se, além disso, menos elementos classificados como “conservador” ou “extremamente conservador” para $V_{u,MEE,A_{sh}}$.

Tabela 6.2 – DPC (Demerit Points Classification)

λ	Pen ^a	Classificação	Pen (MBT,Ash)	Pen (MEE,Ash)	Pen (ABNT)	Pen (ACI)	Pen (CEN)	Pen (FIB)
< 0,5	10	Extremamente perigosa	0	0	0	0	0	0
[0,5-0,85[5	Perigosa	95	65	130	185	90	140
[0,85-1,15[0	Segurança apropriada	0	0	0	0	0	0
[1,15-2,0[1	Conservadora	42	38	38	34	39	35
> 2,0	2	Extremamente conservadora	2	0	2	2	8	4
		Total	139	103	170	221	137	179
Parâmetros estatísticos								
MA ^b								
DP ^c								
CV ^d								

a = Penalidade (Demerit Points Classification); b = Média Aritmética; c = Desvio Padrão;

d = Coeficiente de Variação

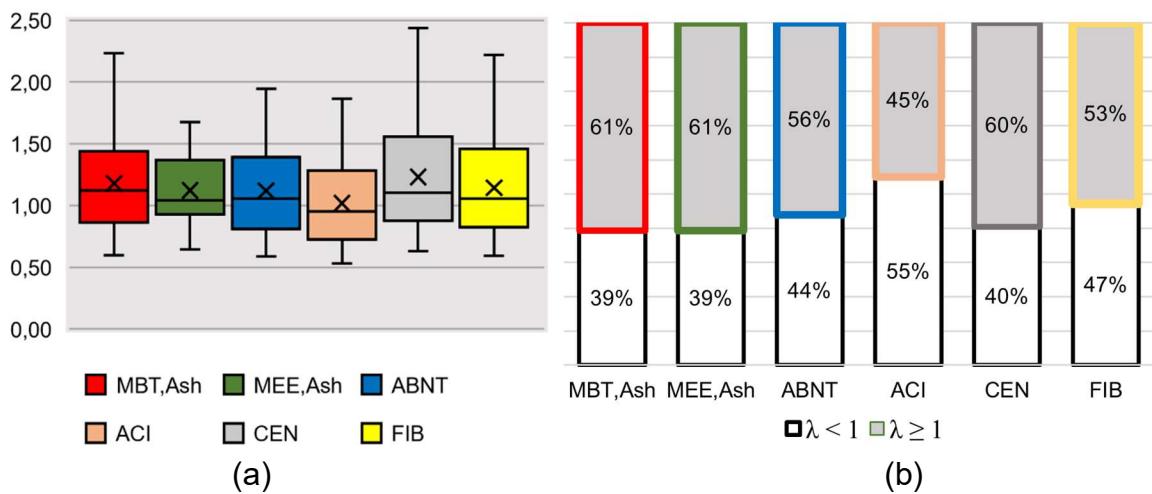
Fonte: Adaptado de Moraes Neto (2013)

O diagrama *box-and-wiskers plot* para cada método de cálculo em análise é apresentado no item (a) da Figura 6.1. A partir dele, pode-se julgar a alteração e distribuição λ por meio de quartis, bem como a média (Tabela 6.2), medianas (1,12, 1,04, 1,06, 0,95, 1,10, 1,06), limite superior (2,23, 1,67, 1,94, 1,86, 2,44, 2,22), limite inferior (0,60, 0,65, 0,59, 0,53, 0,63, 0,59), seguindo a ordem do gráfico. A maior amplitude de λ foi observada para o (CEN, 2004) e a menor para $V_{u,MEE,A_{sh}}$.

Avaliando o histograma (b), também da Figura 6.1, observa-se que $V_{u,MBT,A_{sh}}$ e $V_{u,MEE,A_{sh}}$ apresentam resultados mais conservadores, pois 54 peças (61%) possuem $\lambda \geq 1$. A (ABNT, 2023), por outro lado, possui 50 peças (56%), o (ACI, 2019), 40 (45%), o (CEN, 2004), 53 (60%) e o (FIB, 2011), 47 (86%). Entende-se, por conseguinte, que as propostas teóricas citadas apresentam alta precisão sem superestimar a carga resistente máxima quando comparada aos outros métodos.

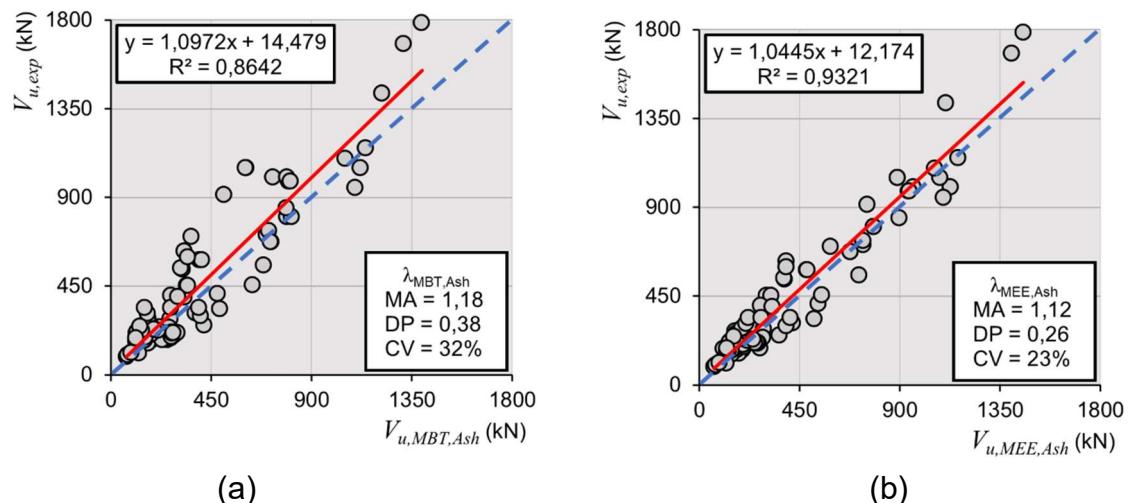
Os diagramas de dispersão da Figura 6.2 relacionam $V_{u,exp}$ com $V_{u,teo}$ aplicado em 89, selecionados do banco de dados da Tabela 3.1. Em (a), é possível verificar que a diferença entre os coeficientes de inclinação das linhas de tendência experimental e de referência é de 0,10 e $R^2 = 0,86$ e, quando avaliado o índice $\lambda_{MBT,Ash}$, obtém-se uma M.A.=1,18, um DP=0,38 e CV=32%. Para o diagrama (b), tem-se diferença entre os coeficientes de inclinação de 0,06 e $R^2 = 0,93$., M.A.=1,12, um DP=0,26 e CV=23%.

Figura 6.1 – (a) Box-plot $\lambda_{A_{sh}}$ por método; (b) Histograma de $\lambda_{A_{sh}}$ por método



Fonte: Autor (2023)

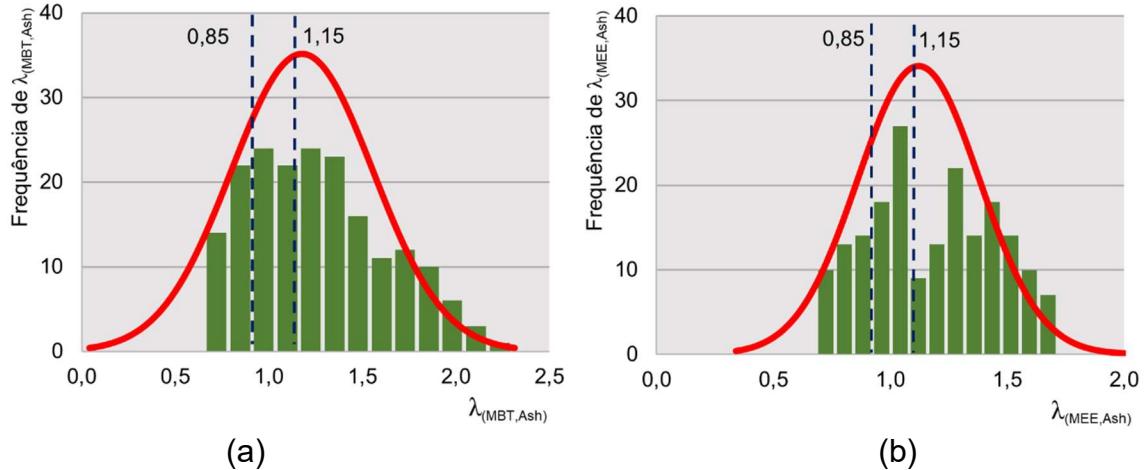
Figura 6.2 – Diagramas de dispersão: (a) $V_{u,exp} - V_{u,MBT,Ash}$; (b) $V_{u,exp} - V_{u,MEE,Ash}$



Os gráficos da Figura 6.3 mostram as curvas de distribuição normal com histograma de $\lambda_{MBT,Ash}$ e $\lambda_{MEE,Ash}$. Verificou-se, a partir de (a), que 27 amostras

constam no intervalo $\lambda_{MBT,Ash} \in [0,85 - 1,15]$ e, em (b), existem 38 peças localizadas no intervalo de “segurança apropriada”. Observa-se ainda que, para $\lambda_{MBT,Ash}$, o limite inferior da curva ultrapassa 0,5, tendendo a 0 e, no limite superior, ultrapassa 2,0, tendendo a 2,5. Em (b), no entanto, esses limites não são ultrapassados.

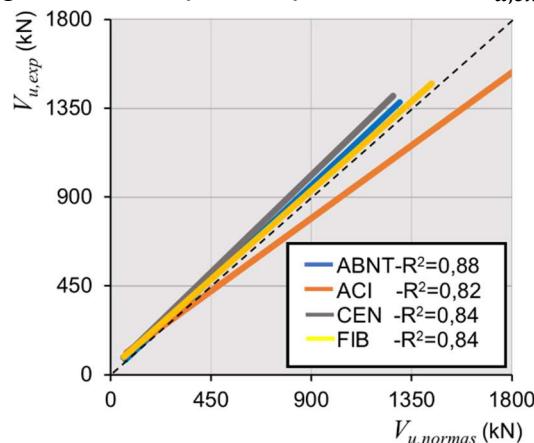
Figura 6.3 – Distribuição normal com histograma de λ : (a) $\lambda_{MBT,Ash}$; (b) $\lambda_{MEE,Ash}$



Fonte: Autor (2023)

O diagrama de dispersão da Figura 6.4 relaciona $V_{u,exp}$ com $V_{u,teo}$ aplicado nas 89 anteriormente selecionados. Para ABNT (2023), tem-se uma equação da linha de tendência de $1,06 \cdot V_{u,ABNT,Ash} + 3$ e $R^2 = 0,88$, para o (ACI, 2019), tem-se $0,82 \cdot V_{u,ACI,Ash} + 54$ e $R^2 = 0,82$, para o (CEN, 2004), tem-se $1,09 \cdot V_{u,CEN,Ash} + 26$ e $R^2 = 0,84$ e para o (FIB, 2011), tem-se $V_{u,FIB,Ash} + 32$ e $R^2 = 0,84$. Quanto maior o coeficiente angular da equação, mais conservadora é a estimativa.

Figura 6.4 – Diagrama de dispersão para normas $V_{u,exp} - V_{u,normas,Ash}$



Fonte: Autor (2024)

6.2 Propostas para consolos sem armadura de costura

As propostas de verificação para consolos sem armadura de costura $V_{u,MBT}$ e $V_{u,MEE}$ – (Eq. 3.25) e (Eq. 3.33) – serão avaliadas quanto à precisão, dispersão e segurança como foi feito no subcapítulo 6.1. A análise de λ será feita com a aplicação das equações em 103 peças para todas as classes de resistência. Os resultados serão julgados, por fim, quanto à segurança, inversamente proporcional à soma da penalidade da Tabela 6.3 – Quantidade de peças por classificação DPC.

Tabela 6.3 – Quantidade de peças por classificação DPC

λ	Pen ^a	Classificação	peças (MBT)	peças (MEE)	peças (ABNT)	peças (ACI)	peças (CEN)	peças (FIB)
< 0,5	10	Extremamente perigosa	0	0	0	0	0	0
[0,5-0,85[5	Perigosa	17	10	22	30	20	27
[0,85-1,15[0	Segurança apropriada	25	29	38	42	23	34
[1,15-2,0[1	Conservadora	60	62	42	31	56	40
> 2,0	2	Extremamente conservadora	1	2	1	0	4	2

a = Penalidade (Demerit Points Classification)

Fonte: Adaptado de Moraes Neto (2013)

A penalidade está sendo apresentada na Tabela 6.4. $V_{u,MBT}$ está abaixo 5% do (ABNT, 2023), 23% do (ACI, 2019) 11% do. (CEN, 2004) e 20% do (FIB, 2011) $V_{u,MEE}$ está abaixo 33% do (ABNT, 2023), 56% do (ACI, 2019), 41% do (CEN, 2004) e 54% do (FIB, 2011). O (ACI, 2019) e (FIB, 2011) possuem as duas maiores quantidades de peças com λ contido no intervalo [0,5-0,85[, ou seja, classificadas como “perigosas”. (ACI, 2019) possui a maior quantidade de peças classificadas como “segurança apropriada”.

Ao avaliar os parâmetros estatísticos, também na Tabela 6.4, observa-se que MA de (ABNT, 2023) e (ACI, 2019) são as duas mais próximas de $\lambda = 1$ – valor ideal por representar igualdade entre a força de ruptura observada experimentalmente e a força resistente estimada teórica –. O CV e o DP de $V_{u,MEE}$ são os menores registrados.

Tabela 6.4 – DPC (Demerit Points Classification)

λ	Pen ^a	Classificação	Pen (MBT)	Pen (MEE)	Pen (ABNT)	Pen (ACI)	Pen (CEN)	Pen (FIB)
< 0,5	10	Extremamente perigosa	0	0	0	0	0	0

λ	Pen ^a	Classificação	Pen (MBT)	Pen (MEE)	Pen (ABNT)	Pen (ACI)	Pen (CEN)	Pen (FIB)
[0,5-0,85[5	Perigosa	85	50	110	150	100	135
[0,85-1,15[0	Segurança apropriada	0	0	0	0	0	0
[1,15-2,0[1	Conservadora	60	62	42	31	56	40
> 2,0	2	Extremamente conservadora	2	4	2	0	8	4
		Total	147	116	154	181	164	179
Parâmetros estatísticos								
MA ^b								
DP ^c								
CV ^d								

a = Penalidade (*Demerit Points Classification*); *b* = Média Aritmética; *c* = Desvio Padrão;

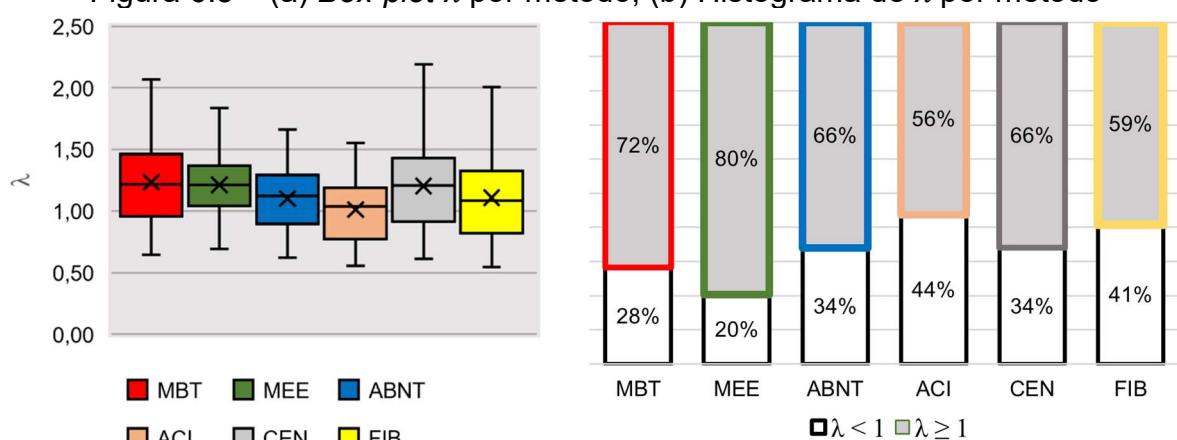
d = Coeficiente de Variação

Fonte: Adaptado de Moraes Neto (2013)

O diagrama *box-and-wiskers plot* para cada método de cálculo em análise é apresentado em (a) da Figura 6.5. A partir dele, pode-se julgar a alteração e distribuição λ por meio de quartis, bem como a média Tabela 6.4, medianas (1,22, 1,22, 1,12, 1,04, 1,21, 1,08), limite superior (2,25, 1,96, 1,66, 1,55, 2,19, 2,01), limite inferior (0,65, 0,61, 0,62, 0,55, 0,61, 0,55), seguindo a ordem do gráfico. A maior amplitude de λ foi observada para o (CEN, 2004) e a menor para o (ACI, 2019).

Avaliando o histograma (b), também da Figura 6.5., verifica-se que $V_{u,MBT}$ e $V_{u,MEE}$ apresentam resultados mais conservadores, 74 e 82, respectivamente. A (ABNT, 2023) e (CEN, 2004), por outro lado, possuem 68 peças (66%), o (ACI, 2019), 58 (56%) e o (FIB, 2011), 61 (59%). Entende-se, por conseguinte, que as propostas teóricas apresentam alta precisão sem superestimar a carga resistente máxima quando comparada aos outros métodos, assim como ocorre para as peças com A_{sh} .

Figura 6.5 – (a) Box-plot λ por método; (b) Histograma de λ por método

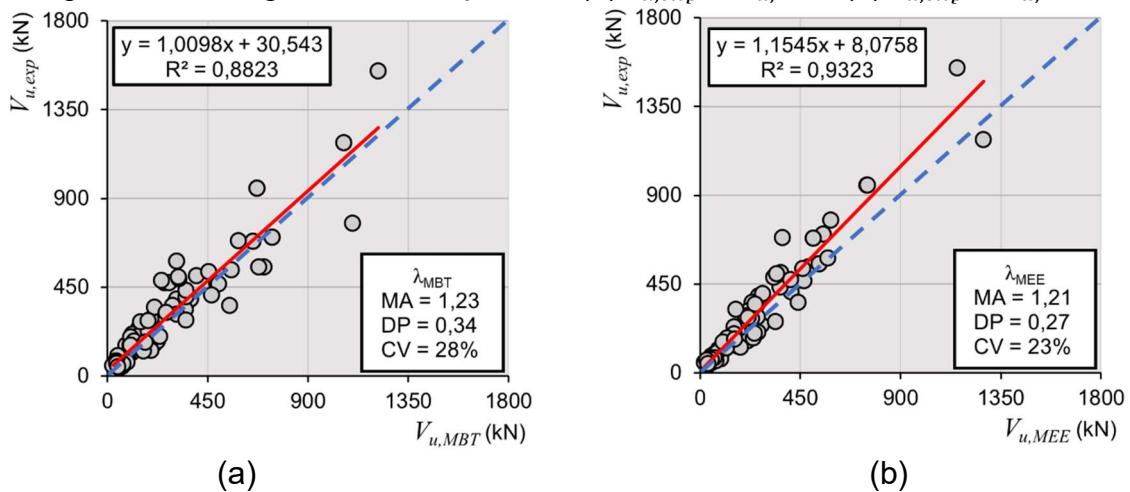


(a)

(b)

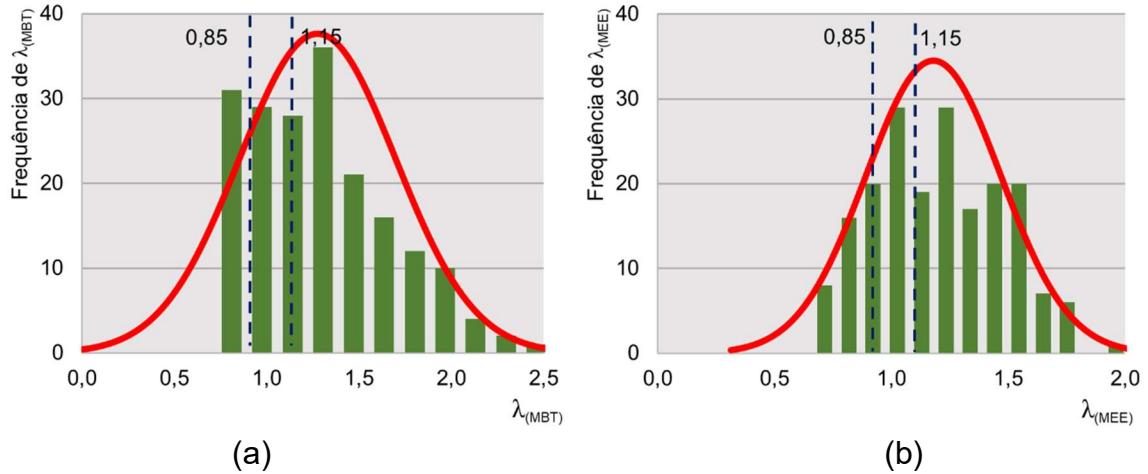
Fonte: Autor (2023)

Os diagramas de dispersão da Figura 6.6 relacionam $V_{u,exp}$ com $V_{u,teo}$ aplicado em 103 peças, selecionadas do banco de dados. Em (a), é possível verificar que a diferença entre os coeficientes de inclinação das linhas de tendência experimental e de referência é de 0,00 e $R^2 = 0,8823$ e, quando avaliado o índice λ_{MBT} , obtém-se uma M.A.=1,23, um DP=0,34 e CV=28%. Para o diagrama (b), tem-se diferença entre os coeficientes de inclinação de 0,15 e $R^2 = 0,9323$, M.A.=1,21, um DP=0,27 e CV=23%.

Figura 6.6 – Diagramas de dispersão: (a) $V_{u,exp} - V_{u,MBT}$; (b) $V_{u,exp} - V_{u,MEE}$ 

Os gráficos da Figura 6.7 mostram as curvas de distribuição normal com histograma de λ_{MBT} e λ_{MEE} . Verificou-se, a partir de (a), que 25 amostras constam no intervalo $\lambda_{MBT} \in [0,85 - 1,15[$ e, em (b), existem 29 peças localizadas no intervalo de “segurança apropriada”. Observa-se ainda que, para λ_{MBT} , o limite inferior da curva ultrapassa 0,5, tendendo a 0 e, no limite superior, ultrapassa 2,0, tendendo a 2,5. Em λ_{MEE} , no entanto, apenas 0,5 é ultrapassado.

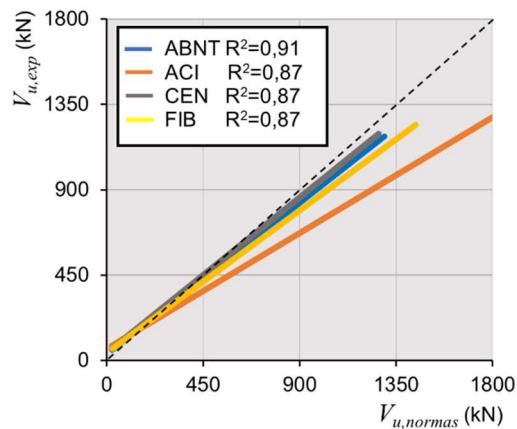
Figura 6.7 – Distribuição normal com histograma de λ : (a) λ_{MBT} ; (b) λ_{MEE}



Fonte: Autor (2023)

O diagrama de dispersão da Figura 6.8 relacionam $V_{u,exp}$ com $V_{u,normas}$ aplicado nas 103 anteriormente selecionados. Para (ABNT, 2023), tem-se uma equação da reta da linha de tendência de $0,89 \cdot V_{u,ABNT} + 32$ e $R^2 = 0,91$, para o (ACI, 2019), tem-se $0,68 \cdot V_{u,ACI} + 61$ e $R^2 = 0,87$, para o (CEN, 2004), tem-se $0,91 \cdot V_{u,CEN} + 41$ e $R^2 = 0,87$ e para o (FIB, 2011), tem-se $0,83 \cdot V_{u,FIB} + 42$ e $R^2 = 0,87$. Quanto maior o coeficiente angular da equação, mais conservadora é a estimativa.

Figura 6.8 – Diagrama de dispersão para normas $V_{u,exp} - V_{u,normas}$



Fonte: Autor (2024)

6.3 Estudo de caso

Serão elencados, na Tabela 6.5, Tabela 6.6, Tabela 6.7 e Tabela 6.8, os resultados do roteiro de cálculo das normas técnicas – resumido em Tabela 4.1, Tabela 4.2, Tabela 4.3,

Tabela 4.4 e Tabela 4.5 do subcapítulo 4.1.2 –, das propostas deste trabalho – capítulo 3 – e da modelagem computacional, descrita no capítulo 5. A avaliação desses itens é importe para a validação, comparação e exemplificação do modelo sugeridos.

Os primeiros parâmetros avaliados são as tensões efetivas para a face 2 da zona nodal B , para a biela inclinada AB e horizontal BC apresentadas na Tabela 6.5. Para $f_{ce,BC}$ houve $MA = 31,30$ MPa, $DP = 5,80$ e $CV = 18\%$. Para $f_{ce,B}$, houve uma $MA = 29,95$ MPa, $DP = 5,09$ e de $CV = 17\%$. Para $f_{ce,AB}$, houve $MA = 24,31$ MPa, $DP = 5,67$ e $CV = 23\%$.

Tabela 6.5 – Tensões efetivas de compressão

Método	CE ^a	σ_c (MPa)	$f_{ce,BC}$ (MPa)	$f_{ce,B}$ (MPa)	$f_{ce,AB}$ (MPa)
ABNT (2023)	0,86	29,75	21,75	21,75	18,42
ACI (2019)	-	29,75	29,75	29,75	25,65
CEN (2004)	0,86	35,00	35,00	30,00	30,00
FIB (2011)	-	35,00	35,00	33,25	18,29
$V_{u,MBT,Ash}$	-	35,00	35,00	35,00	29,19

^a Coeficiente de efetividade de tensão resistente

Fonte: Autor (2023)

As propriedades geométricas calculadas são apresentadas na Tabela 6.6 e Tabela 6.7. O item que mais sofre variação entre os métodos é a largura da biela prismática BC , com coeficiente de variação de 31%. É importante ressaltar que os manuais técnicos não orientam um limite que o campo de tensões pode adentrar o $\ell_{b,B}$. Para este trabalho, no entanto, essa largura é determinada de acordo com a equação (Eq. 3.13).

Tabela 6.6 – Propriedades geométricas gerais e em zonas nodais

Método	w_t (mm)	$w_{s,BC}$ (mm)	Z (mm)	a_v (mm)	$w_{s,B}$ (mm)	$\ell_{b,B}$ (mm)	θ (rad)
ABNT (2023)	60	42	249	223	63	47	0,84
ACI (2019)	60	48	255	218	48	36	0,86

Método	w_t (mm)	$w_{s,BC}$ (mm)	Z (mm)	a_v (mm)	$w_{s,B}$ (mm)	$\ell_{b,B}$ (mm)	θ (rad)
CEN (2004)	60	26	257	216	41	32	0,87
FIB (2011)	60	26	257	216	41	31	0,87
$V_{u,MBT,A_{sh}}$	—	27	257	216	—	32	0,87

Fonte: Autor (2023)

Tabela 6.7 – Larguras de biela

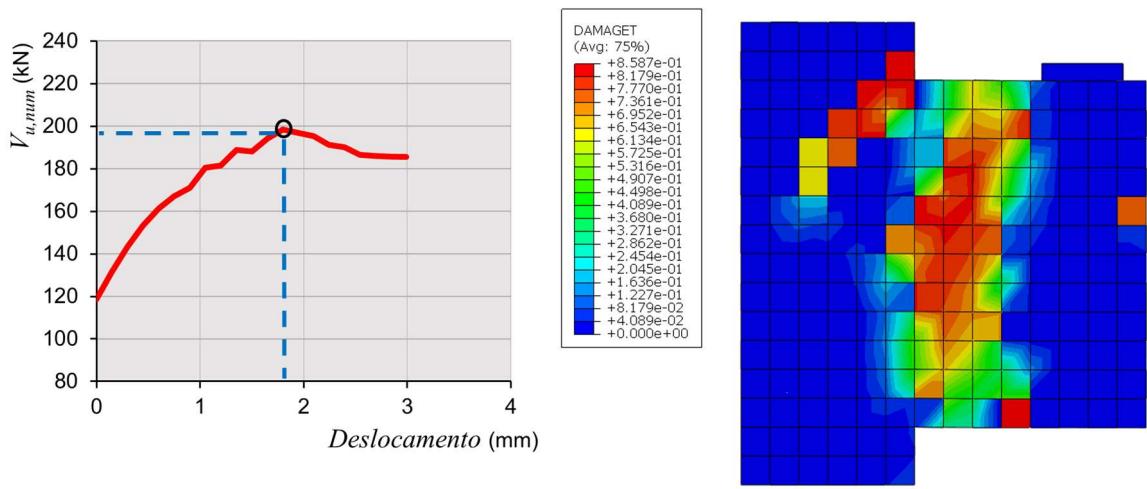
Método	$w_{s,AB,B}$ (mm)	$w_{s,AB,A}$ (mm)	$w_{s,AB}^a$ (mm)
ABNT (2023)	63	100	63
ACI (2019)	48	100	48
CEN (2004)	41	100	41
FIB (2011)	41	100	41
$V_{u,MBT,A_{sh}}$	—	—	42

^a $w_{s,AB}$ – valor mínimo

Fonte: Autor (2023)

$V_{u,MEE,A_{sh}}$ apresentou resultado, 4,8% maior que $V_{u,num}$, enquanto $V_{u,MEE,A_{sh}}$ apresentou resultado 3% menor que $V_{u,num}$, como observado na Tabela 6.8. $V_{u,MEE,A_{sh}}$ apresentaria, ainda, no processo desenvolvimento, dados estatísticos que já consideram o enfraquecimento e ruptura em zonas nodais. Ela utiliza, então, uma única equação para o cálculo geral, o que não é feito nos outros métodos, que verificam caso a caso, ou seja, todos os nós e bielas.

Figura 6.9 – Comportamento estrutural do consolo (estudo de caso): (a) Diagrama Carga-Deslocamento; (b) Distribuição do dano



Fonte: Autor (2023)

Tabela 6.8 – Forças resistentes

ABNT (2023)	ACI (2019)	CEN (2004)	FIB (2011)	$V_{u,MBT,A_{sh}}$	$V_{u,MEE,A_{sh}}$	$V_{u,num}$
(kN)	(kN)	(kN)	(kN)	(kN)	(kN)	(kN)
204,84	214,84	188,52	208,23	207,92	192,16	198,42

^a V_u – valor mínimo

Fonte: Autor (2023)

6.4 Efeito da relação a / d

Este subcapítulo trata da influência exercida pela relação entre a distância de aplicação da carga e altura útil da peça (a/d) na força vertical resistente ($V_{u,exp}$). Essa análise é amplamente avaliada no campo da pesquisa por auxiliar na escolha do método de verificação e na tipologia da peça. Para a avaliação, serão utilizadas as propriedades geométricas e a carga última experimental ($V_{u,exp}$), coletados de 192 amostras, 103 delas não contém armadura de costura ($A_{sh} = 0$) e 89 contém.

Os valores dos pontos dos diagramas da Figura 6.10 serão tratados primeiramente de forma geral, com dados de $V_{u,exp}$ sendo dispostos unicamente em função de a/d . Depois disso, os valores das ordenadas e das abscissas serão divididos por $b \cdot d \cdot f_c$ e a_v/Z , respectivamente, nos diagramas da Figura 6.11, a fim particularizar a análise e desconsiderar o efeito que a quantidades de amostras relacionadas aos parâmetros confere às linhas de tendência.

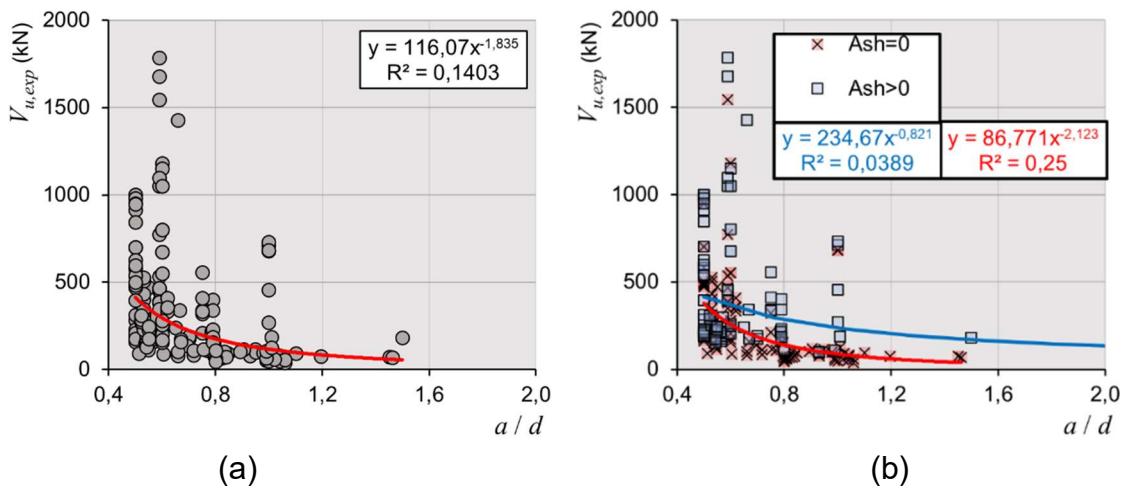
Os diagramas de dispersão da Figura 6.10 possuem os valores da relação a/d , limitados ao intervalo [0,5: 1,56], dispostos no eixo das abscissas e $V_{u,exp}$, constando no intervalo [37: 1784], localizados no eixo das ordenadas. Os diagramas de dispersão da Figura 6.11 possuem os valores da relação $(a/d)/(a_v/Z)$, limitados ao intervalo [0,67: 1,00], dispostos no eixo das abscissas e $V_{u,exp}/(b \cdot d \cdot f_c)$, constando no intervalo [0,04: 0,30], localizados no eixo das ordenadas.

A equação potencial representa a curva atribuída à linha de tendência para simular o comportamento dos resultados apresentou melhor condição de correspondência tanto para os diagramas da Figura 6.10, quanto para os da Figura 6.11. As linhas de tendência dos itens (b) da Figura 6.10 e da Figura 6.11 representam agrupamentos de dados diferentes, separados em elementos com ($A_{sh} > 0$) e sem armadura de costura ($A_{sh} = 0$).

O diagrama (a) da Figura 6.10 representa o comportamento do espaço amostral sem separação entre quantidade de armadura de costura, com valores de $V_{u,exp}$ reduzindo com o aumento da relação a/d e sendo simulado pela equação potencial $116 \cdot (a/d)^{-1,83}$. Quando avaliadas as curvas do diagrama (b) da Figura 6.10, observa-se que a atribuição da armadura de costura aumenta o coeficiente exponencial em 62% considerando, entretanto, a quantidade de amostras disponíveis por a/d .

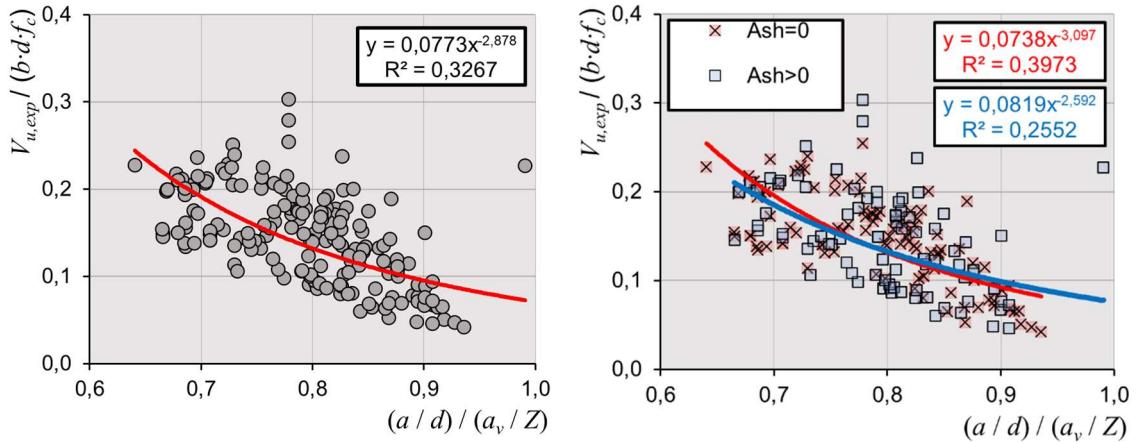
O diagrama (a) da Figura 6.11 representa o comportamento do espaço amostral, desconsiderando o efeito da quantidade de itens disponíveis por a/d . Os valores de $V_{u,exp}/(b \cdot d \cdot f_c)$ também reduzem com o aumento da relação $(a/d)/(a_v/Z)$ e são simulados pela equação potencial $0,08 \cdot [(a/d)/(a_v/Z)]^{-2,88}$. Quando avaliadas as curvas do diagrama (b) da Figura 6.11, observa-se que a atribuição da armadura de costura aumenta o coeficiente exponencial somente partir do ponto $x = 0,8$.

Figura 6.10 – $V_{u,exp}$ – a/d : (a) geral; (b) amostras separadas por A_{sh}



Fonte: Autor (2023)

Figura 6.11 – Diagrama de dispersão $V_{u,exp}/(b \cdot d \cdot f_c) - (a/d)/(a_v/Z)$: (a) amostras em geral; (b) amostras separadas por A_{sh}

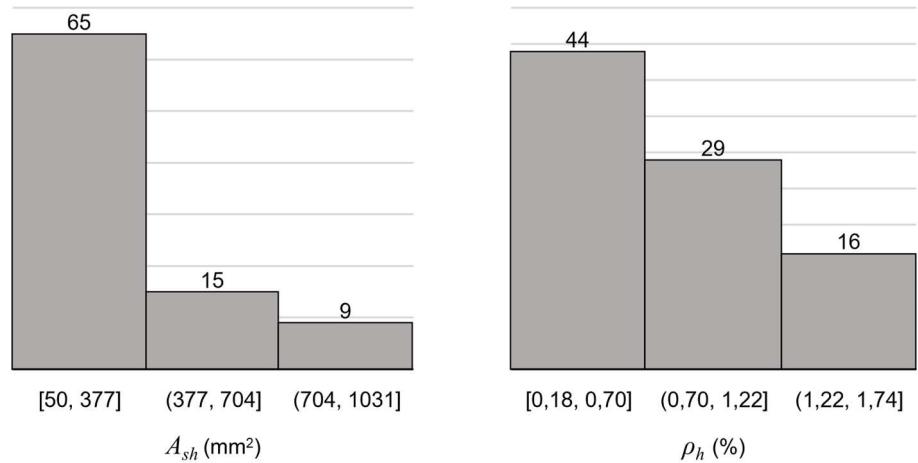


Fonte: Autor (2023)

6.5 Efeito da armadura de costura

Esta seção aborda a influência exercida pela taxa de armadura secundária (ρ_h) na força vertical resistente ($V_{u,exp}$). Esse estudo é importante por considerar a armadura de costura na verificação de consolos, conferindo-lhe economia na etapa de armação. Para a avaliação, serão utilizadas também as propriedades geométricas e a carga última experimental utilizadas no subcapítulo 6.3 e especificadas no capítulo 3.1. A quantidade de amostras por intervalo de A_{sh} e ρ_h pode ser visto na Figura 6.12.

Figura 6.12 – Quantidade de amostras: (a) A_{sh} ; (b) ρ_h



Fonte: Autor (2023)

As coordenadas dos pontos dos diagramas da Figura 6.13 serão particularizadas, com os valores do eixo das ordenadas possuindo o dividendo $b \cdot Z \cdot$

f_c para particularizar a análise e desconsiderar o efeito que a quantidades de amostras relacionadas aos parâmetros confere às linhas de tendência. O aumento da capacidade resistente dos consolos com armadura de costura em relação aos que possuem apenas a armadura do tirante pode ser constatado através dos resultados experimentais da literatura e serão avaliados subsequentemente.

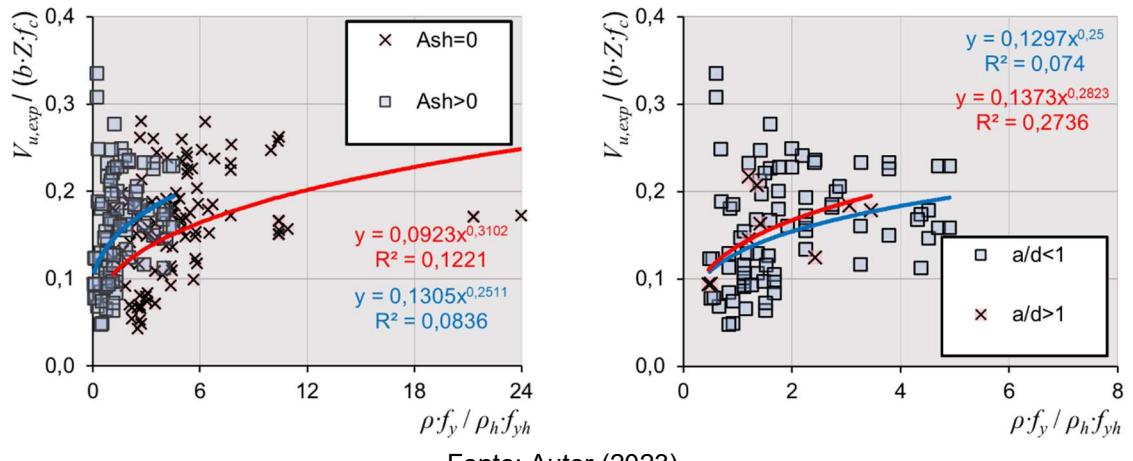
O diagrama de dispersão (a) da Figura 6.13 possui os valores de $(\rho \cdot f_y)/(\rho_h \cdot f_{yh})$, limitados ao intervalo [0,47: 24,38], dispostos no eixo das abscissas e $V_{u,exp}/(b \cdot Z \cdot f_c)$, constando no intervalo [0,04: 0,33], localizados no eixo das ordenadas. O diagrama (b) da Figura 6.13 possui os valores da relação $(\rho \cdot f_y)/(\rho_h \cdot f_{yh})$, limitados ao intervalo [0,46: 4,90], dispostos no eixo das abscissas e $V_{u,exp}/(b \cdot Z \cdot f_c)$ com a mesma configuração de (a) da Figura 6.13.

A equação potencial, que representa a curva atribuída à linha de tendência para simular o comportamento dos resultados, apresentou melhor condição de correspondência para os dois diagramas da Figura 6.13. As linhas de tendência do item (a) representam agrupamentos de dados diferentes, separados em elementos com ($A_{sh} > 0$) e sem armadura de costura ($A_{sh} = 0$).

O diagrama (a) representa o comportamento do espaço amostral total, incluindo elementos com e sem armaduras de costura. Os valores de $V_{u,exp}/(b \cdot Z \cdot f_c)$ aumentam à medida que $(\rho \cdot f_y)/(\rho_h \cdot f_{yh})$ cresce para as duas linhas de tendência. Para consolos sem A_{sh} , a equação que simula o comportamento da dispersão é $0,13 \cdot [(\rho \cdot f_y)/(\rho_h \cdot f_{yh})]^{0,25}$, mas, a partir da atribuição de armadura secundária, a equação é modificada para $0,09 \cdot [(\rho \cdot f_y)/(\rho_h \cdot f_{yh})]^{0,31}$.

O diagrama (b) representa o comportamento do espaço amostral específico para amostras com armadura de costura, mas para diferentes intervalos de a/d . Os valores de $V_{u,exp}/(b \cdot Z \cdot f_c)$ aumentam com o crescimento de $(\rho \cdot f_y)/(\rho_h \cdot f_{yh})$ para ambas as linhas de tendência. Elementos com $a/d \leq 1$ podem ser simulados por $0,13 \cdot [(\rho \cdot f_y)/(\rho_h \cdot f_{yh})]^{0,25}$, mas, quando avaliada a relação $a/d > 1$, a equação muda para $0,14 \cdot [(\rho \cdot f_y)/(\rho_h \cdot f_{yh})]^{0,28}$.

Figura 6.13 – Diagrama de dispersão de $V_{u,exp} / (b \cdot Z \cdot f_c) - \rho_h \cdot f_{yh} / \rho \cdot f_y$: (a) Separadas por A_{sh} : (b) Separadas por a/d



Fonte: Autor (2023)

7 CONCLUSÃO

7.1 Avaliação das propostas verificação para consolos curtos

7.1.1 Propostas de verificação para consolos com A_{sh}

As propostas de verificação para consolos com armadura de costura $V_{u,MBT,A_{sh}}$ e $V_{u,MEE,A_{sh}}$ foram avaliadas quanto à precisão, dispersão e segurança. $V_{u,MBT,A_{sh}}$ apresentou penalidade abaixo da (ABNT, 2023), do (ACI, 2019) e do (FIB, 2011). $V_{u,MEE,A_{sh}}$, por sua vez, resultou em penalidades abaixo de todos os códigos, incluindo o (CEN, 2004). A equação apresentou, ainda MA mais próxima de $\lambda_{A_{sh}} = 1$, e os parâmetros estatísticos CV e o DP foram os menores registrados.

$V_{u,MBT,A_{sh}}$ e $V_{u,MEE,A_{sh}}$ apresentaram resultados mais conservadores sem superestimar a carga resistente máxima quando comparada aos métodos das normas. $V_{u,MEE,A_{sh}}$ mostrou, no entanto, valores de $\lambda_{MEE,A_{sh}}$ mais próximos da unidade devido à diferença entre o coeficiente angular da reta da linha de tendência e a linha de referência e menores valores de DP e CV quando comparado aos métodos de cálculo, além de conter maior frequência de λ_{Teo} . Classificados com “segurança apropriada”

7.1.2 Propostas de verificação para consolos sem A_{sh}

$V_{u,MBT}$ e $V_{u,MEE}$ apresentaram penalidades abaixo da (ABNT, 2023), do (ACI, 2019), CEN (2004) e (FIB, 2011). $V_{u,MEE}$ mostrou, ainda MA mais próxima de $\lambda_{A_{sh}} = 1$, e os parâmetros estatísticos CV e o DP foram os menores registrados. (ACI, 2019) possui a maior quantidade de peças classificadas como “segurança apropriada”. Observa-se que MA de (ABNT, 2023) e (ACI, 2019) são as duas mais próximas de $\lambda = 1$, mas $V_{u,MEE}$ possui os menores valores para CV e DP.

$V_{u,MBT}$ e $V_{u,MEE}$ também apresentaram resultados mais conservadores, sem sofrerem grandes penalidades DPC, assim como ocorreu para amostras com armadura secundária horizontal. Isso mostra a efetividade das propostas quando à segurança e precisão.

7.2 Abordagem sobre o estudo de caso

Foram avaliados os resultados do roteiro de cálculo das normas técnicas, da proposta deste trabalho e da modelagem computacional. Os primeiros parâmetros estudados foram as tensões efetivas para a face 2 da zona nodal B , a biela inclinada AB e horizontal BC .

O item que mais sofre variação entre os métodos é a largura da biela prismática BC , com coeficiente de variação de 24% a partir da análise das propriedades geométricas. O ângulo θ para a proposta de cálculo deste trabalho maior quando comparada às normas, gerando grande influência na diferença de a_v e da largura da face 1 da zona nodal B ($\ell_{b,B}$). Para este trabalho, essa largura, determinada de acordo com a equação (Eq. 3.13), impacta muito no cálculo de $w_{s,AB}$, gerando uma diferença para a média dos resultados de $w_{s,AB}$ das normas.

Para a peça avaliada, a proposta de cálculo apresentou o resultado mais próximo de $V_{u,num}$, maior que a menor: V_u resultante do (CEN, 2004). A proposta de $V_{u,teo}$ utiliza um único procedimento para o cálculo geral, o que não é feito nos outros estudados, que verificam caso a caso, ou seja, todos os nós e bielas. Para o estudo de caso, $V_{u,teo}/V_{u,num} = 0,93$ ("segurança apropriada").

7.3 Avaliação do efeito da relação a/d

Foi avaliada a influência exercida pela relação entre a distância de aplicação da carga e altura útil da peça (a/d) na força vertical resistente ($V_{u,exp}$) através do estudo das propriedades geométricas relacionadas com a carga última experimental ($V_{u,exp}$). A análise foi tratada primeiramente de forma geral, com dados de $V_{u,exp}$ sendo dispostos unicamente em função de a/d e depois houve uma particularização para desconsiderar o efeito da frequência das amostras.

Verificou-se o comportamento do espaço amostral sem separação entre quantidade de armadura de costura, com valores de $V_{u,exp}$ reduzindo com o aumento da relação a/d . Percebeu-se que a capacidade de resistência da peça reduziu com o aumento de a/d ao avaliar os valores de $V_{u,exp}/(b \cdot d \cdot f_c)$ em relação a $(a/d)/(a_v/Z)$. Observou-se, depois, que a atribuição da armadura de costura aumentou a força resistente da peça com o aumento de a/d .

7.4 Avaliação da influência da armadura de costura

O aumento da capacidade resistente dos consolos com armadura de costura em relação aos que possuem apenas a armadura do tirante foi constatado através das análises estatísticas. Os valores da força resistente aumentaram de acordo com a atribuição de armadura secundária de acordo com a observação de $V_{u,exp}/(b \cdot Z \cdot f_c)$ em relação a $(\rho \cdot f_y)/(\rho_h \cdot f_{yh})$. Esse estudo mostrou o comportamento do espaço amostral total, incluindo elementos com e sem armaduras de costura.

A mesma conclusão pode ser tomada a partir da observação do comportamento do espaço amostral específico para amostras com armadura de costura, mas para diferentes intervalos de a/d . Os valores de $V_{u,exp}/(b \cdot Z \cdot f_c)$ aumentam com o crescimento de $(\rho \cdot f_y)/(\rho_h \cdot f_{yh})$ para ambas as linhas de tendência. Elementos com $a/d \leq 1$ tiveram comportamentos distintos em relação a $a/d > 1$ quando observadas as equações da linha de tendência.

7.5 Propostas para futuros trabalhos

Foi tratado, neste trabalho, o estudo da influência que a armadura de costura exerce em consolos curtos de concreto armado, considerando diferentes relações de a/d . Foram propostos, além disso, dois métodos de cálculo da força resistente vertical das peças através do Método de Bielas e Tirantes (MBT) e o Método Empírico Estatístico (MEE), utilizando parâmetros mecânicos e geométricos desconsiderados na maioria das prescrições normativas com boa precisão e segurança.

É imprescindível avaliar, em estudos futuros, entretanto, a influência da carga horizontal proporcionada pelo efeito de retração ou temperatura de vigas nas propostas de verificação por MBT e MEE. Deve-se considerar, ainda, nesses trabalhos as propriedades físicas não lineares quando para bielas inclinadas e regiões nodais, bem como corresponder esses resultados para peças submetidas a esforços de torção.

A avaliação mais completa seria, por conseguinte, estudada não somente para consolos curtos, como também para consolos muito curtos, que utilizam como referência de cálculo de verificação o Método de Atrito-cisalhamento. A atribuição de compósitos de concreto é extremamente necessária também como as peças de concreto reforçadas com fibra de aço (CRFA).

REFERÊNCIAS

- ABDI, H.A. **Effect of glass fiber in high strength reinforced concrete corbels.** Ph.D. Dissertation, University of Gaziantep, Gaziantep, Turkey. 2016
- ABDUL-RAZZAQ, Khattab Saleem; DAWOOD, Asala Asaad. **Corbel strut and tie modeling – Experimental verification.** Structures. 2020
- ABNT. **NBR 6118 - Projeto de estruturas de concreto Procedimento.** Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT). 2014
- ABNT. **NBR 9062 – Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado.** Rio de Janeiro. 2017
- ACI. (2019). **ACI 318M - Building Code Requirements for Structural Concrete.** Michigan: American Concrete Institute. 2019
- AL-SHAARBAF, Ihsan A.; AL-AZZAWI, Adel A.; FARAHAN, Raad Sh. **Experimental Investigation on the Behavior of Reinforced Concrete Corbels under Repeated Loadings.** Journal of Engineering and development. 2015
- ARAÚJO, D.L.; SILVA NETO, A. P.; LOBO, F. A.; EL DEBS, M. K. **Comparative analysis of design models for concrete corbels.** IBRACON Structures and materials journal. 2016
- ASTM A615. **Deformed and Plain Carbon-Steel Bars for Concrete Reinforcement.** American Association State Highway and Transportation Officials Standard. 2016
- AZIZ, Omar Qarani; OTHMAN, Zrar Sedeq. **Ultimate Shear Strength of Reinforced High Strength Concrete Corbels Subject to Vertical Load.** Al-Rafidain Engineering. 2010
- BHAVANI, Katari Durga; KUMAR, J.D. Chaitanya; RAO, M.L. Sai Ranga. **Development of shear strength expression for RC Corbels using Strut-and-Tie Model.** International Journal of Recent Technology and Engineering (IJRTE). 2019
- BS 8110. (1997). **Structural Use of Concrete.** Londres: British Standards Institution. 1997.
- CAMPIONE, G.; LA MENDOLA, L.; Papia, M. **Flexural behaviour of concrete corbels containing steel fibers or wrapped with FRP sheets.** Materials and structures. 2005

- CAMPIONE, Giuseppe. **Performance of Steel Fibrous Reinforced Concrete Corbels Subjected to Vertical and Horizontal Loads.** Journal of Structural Engineering. 2009
- CAMPIONE, Giuseppe; CANNELLA, Francesco. **Analytical Model for Flexural Response of Reinforced Concrete Corbels Externally Strengthened with Fiber-Reinforced Polymer.** ACI Structural Journal. 2020
- CAMPIONE, Giuseppe; LA MENDOLA, L; PAPIA, M. **Flexural behaviour of concrete corbels containing steel fibers or wrapped with FRP sheets.** Materials and Structures. 2005
- CANHA, Rejane Martins Fernandes; KUCHMA, Daniel Alexander; EL DEBS, Mounir Khalil; DE SOUZA, Rafael Alves. **Numerical analysis of reinforced high strength concrete corbels.** Engineering Structures. 2014
- CEDRIM, Matheus Barbosa Mareira. **Aplicação do método das bielas para do dimensionamento de consolos curtos com suporte de otimização topológica.** Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas. 2019
- CEN. (2004). EN 1992-1-1. **Eurocode 2: Design of Concrete Structures Part 1-1 General Rules and Rules.** Brussels: CEN - European Committee for Standardization. 2004
- CHETCHOTISAK, Panatchai; TEERAWONG, Jaruek; YINDEESUK, Sukit. **Modified interactive strut-and-tie modeling of reinforced concrete deep beams and corbels.** Structures. 2022
- COLLINS, M. P., & MITCHELL, D. (1996). **A Rational Approach to Shear Design Method.** American Concrete Institute. 1996
- COSTA; Natasha Cristina da Silva. **Influência do fator de escala, diâmetro máximo e tipo de agregado graúdo na resistência ao cisalhamento de vigas de concreto armado sem armadura de cisalhamento.** Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará. 2022
- DAWOOD, Asala Asaad; KADHUM, Ali, Kifah; ABDUL-RAZZAQ, Khattab Saleem. **Strength of reinforced concrete corbels – a parametric study.** International Journal of Civil Engineering and Technology (IJCIET). 2018

- DOVZHENKO, Oksana; POHRIBNYI, VOLODYMYR; Pents, VOLODYMYR; Mariukha, Dmytro. **Bearing capacity calculation of reinforced concrete corbels under the shear action**. MATEC Web of Conferences. 2018
- EL DEBS, Mounir K. **Concreto pré-moldado: fundamentos e aplicações**. 2 ed. São Paulo-SP: Oficina de textos. 2017
- FADEL, Marwa Abbas; WARYOSH, Waleed Awad; PAPIA, M. **Experimental Behavior of normal and hybrid strength concrete Corbels Strengthened With steel plate under repeated and monotonic Loading**. Eurasian Journal of Engineering and Technology. 2022
- FATTUHI, N. I. **Strength of SFRC Corbels Subjected to Vertical Load**. Journal of Structural Engineering. 1990
- FATTUHI, N. I (a). **Reinforced Corbels Made with Plain and Fibrous Concretes**. ACI Structural Journal. 1994
- FATTUHI, N. I (b). **Strength of FRC Corbels in Flexure**. Journal of Structural Engineering. 1994
- FATTUHI, N. I.; Hughes, B. P. **Reinforced steel fiber concrete corbels with various shear-span to depth ratios**. American Concrete Inst. Materials Journal. 1989
- FERNANDES, Rejane M.; EL DEBS, M.K. **Análise da capacidade resistente de consolos de concreto armado considerando a contribuição da armadura de costura**. Cadernos de Engenharia de Estruturas, São Carlos. 2005
- FIB. (2011). **CEB-FIP Model Code Final draft Comité Euro-International du Béton**. Lousanne, Switzerland: International Federation for Structural Concrete. 2011
- FOSTER, S.J.; POWELL, R.E.; SELIM, H.S. **Performance of High-Strength Concrete Corbels**. ACI Structural Journal. 1996
- FRANZ, G.; NIEDENHOFF, H. **Die Bewehrung von Konsolen und gedrungenen balken beton**. Stahlbetonbau 58. 1963
- GULSAN, M.E. **Modeling of mechanical behavior of materials and structures with soft computing techniques**. Ph.D. Dissertation, University of Gaziantep, Turkey. 2015
- HAFEZ, Atif M. Abdel; AHMED, Mohamed M.; DIAB, Hesham; DRAR, Ahmed Attia M. **Shear behaviour of high strength fiber reinforced concrete corbels**. Journal of Engineering Sciences, Assiut University. 2012

- HE, Zhi-Qi; LIU, Zhao; MA, Zhongguo John. **Investigation of Load-Transfer Mechanisms in Deep Beams and Corbels**. ACI Structural Journal. 2012
- HERMANSEN, B. R.; COWAN, J. **Modified shear-friction theory for bracket design**. Journal of the American Concrete Institute. 1974
- HOGNESTAD, E. **A study of combined bending and axial load in reinforced concrete**. The reinforced concrete research council of engineering foundation. Bulletin n°399. University of Illinois Engineering Experiment Station. 1951
- HUANG, Yuan; HAN, Bing & YIN, Wenmeng. **Reinforced Concrete Corbels Shear Test: The Triangular-Truss Method Evaluation**. Buildings. 2022
- HWANG, Shyh-Jiann; LU, Wen-Yao; LEE, Hung-Jen. **Shear Strength Prediction for Reinforced Concrete Corbels**. ACI Structural Journal. 2000
- HWANG, Wen-Yao; LEE, Hung-Jen. **Strength Prediction for Discontinuity Regions by Softened Strut-and-tie Model**. Journal of Structural Engineering. 2002
- JACOBS, J.-P. Eurocode 2 worked examples. Brussels: European Concrete Platform. 2008
- KAMIL, M.A. **High strength glass fiber reinforced concrete (GFRC) corbels**. Ph.D. Dissertation, University of Gaziantep, Turkey. 2016
- KASSEM, W. **Strength Prediction of Corbels Using Strut-and-Tie Model Analysis**. International Journal of Concrete Structures and Materials. 2015
- KASSEM, Wael. **Strength Prediction of Corbels Using Strut-and-Tie Model Analysis**. International Journal of Concrete Structures and Materials. 2015
- KHOSRAVIKIA, Farid; KIM, Hyun su; YI, Yousun; WILSON, Heather; YOUSEFPOUR, Hossein; HRYNYK, Trevor; BAYRAK, Oguzhan. **Experimental and Numerical Assessment of Corbels Designed Based on Strut-and-Tie Provisions**. Journal of Structural Engineering. 2018
- KRIZ, L.B.; RATHS, C.H. **Connections in precast concrete structures-strength of corbels**. PCI Journal. 1965
- KRÓWCZYŃSKI, Michał Marcin. **Innovative analysis methods of reinforced concrete structures:the strut and tie method**. Technical transactions civil engineering. 2014
- LEONHARDT, F., & MONNING, E. **Construções de concreto Casos especiais de dimensionamento em estruturas de concreto**. Rio de Janeiro: Interciência. 1979

- LUBLINER, Jacob et al. **A plastic-damage model for concrete**. International Journal of solids and structures, v. 25, n. 3, p. 299-326, 1989.
- LU, J. K.; KUO, S. Y.; LIN, J., Y.; HSU, S. H. **A simplified shear strength evaluation model for reinforced concrete corbels**. Computational Methods and Experimental Measurements. 2007
- MACGREGOR, J.; WIGHT, J. **Reinforced Concrete Mechanics and design**. New Jersey: Pearson. 2012
- MATTOCK, A. H.; CHEN, K. C.; SOONGSWANG, K. **Behavior of Reinforced Concrete Corbels**. PCI Journal. 1976
- MEHTA, P. K., & MONTEIRO, P. J. **Concrete Microstructure, Properties and Materials**. McGrawHill Education. 2001
- MONTOYA, J. **Hormigon Armado**. Barcelona: Gustavo Gili. 2001
- MÖRSCH, E. **Concrete-steel construction**. The Engineering News Publishing Company. 1909
- MUHAMMAD, A. H. **Behavior and Strength of High-Strength Fiber Reinforced Concrete Corbels Subjected to Monotonic or Cyclic Loading**. Ph.D. Thesis, University of Technology, Iraq, December. 1998
- NAEGELI, Cristina H. **Estudo experimental de consolos de concreto armado**. Dissertação de mestrado apresentada à PUC-RJ. 1988
- OZDEN, Sevket; ATALAY, Hilal Meydanli. **Strengthening of reinforced concrete corbels with GFRP overlays**. Sci Eng Compos Mater. 2011
- PRASAD, N. Renuka; CHANNAKESHAVA, C.; PRASAD, B. K. Raghu. **Nonlinear finite element analysis of reinforced concrete corbel**. Computer and structures. 1993
- REGINATO, Luan. **Contribuição ao projeto de consolos de concreto com base em simulações numéricas**. Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade de São Paulo. 2020
- REZAEI, Mehdi; OSMAN, SITI, Aminah Nandivaram; SHANMUGAM, E. **PRIMARY AND SECONDARY REINFORCEMENTS IN REINFORCED CONCRETE CORBELS**. JOURNAL OF CIVIL ENGINEERING AND MANAGEMENT. 2013
- ROMANICHEN, R. M.; SOUZA, R. A. **Reinforced concrete corbels strengthened with external prestressing**. IBRACON Structures and materials journal. 2019
- RITTER, W. **Die bauweise hennebique**. Schweizerische Bauzeitung. 1899

- RUSSO, G.; VENIR, R.; PAULETTA, M. Somma, G. **Reinforced Concrete Corbels—Shear Strength Model and design formula**. ACI Structural Journal. 2006
- SALEH, Amin; FATHY, Ahmed; FAROUK, Ahmed; NASSER, Moaz. **Performance of Steel Fiber Reinforced Concrete Corbels**. International Research Journal of Innovations in Engineering and Technology. 2019
- SALMAN, Mohammed mosleh; AL-SHAARBAF, Ihsan; ALIEWI, Jassim Muhsin. **Experimental Study on the Behavior of Normal and High Strength Self-compacting Reinforced Concrete Corbels**. Journal of Engineering and Development. 2014
- SCHLAICH, J.; SCHIIFER, K. **Design and detailing of structural concrete using strut-and-tie models**. The Structural Engineer. 1991
- SELIM, H. S.; FOSTER, Stephen J.; GOWRIPALAN, N. **Experimental Investigation on High Strength Concrete Corbels**. University of New South Wales. School of Civil Engineering. 1993
- TORRES, Fernando Montenegro. **Análise teórico-experimental de consolos de concreto armado**. Escola de Engenharia de São Carlos. São Carlos. 1998
- VECCHIO, F. J.; COLLINS, M. P. **Compression Response of Cracked Reinforced Concrete**. Journal Structural Engeneering. 1993
- YOUSIF, Ali Ramadhan. **Prediction Of Ultimate Load Capacity Of High-Strength Reinforced Concrete Corbels**. Civil Engineering Department College of Engineering university of Salahaddin-Erbil. Iraq. 2008
- WILSON, Heather Renae. **Investigation of Corbels Designed According to Strut-and-Tie and Empirical Methods**. Dissertação de mestrado apresentada University of Texas at Austin. 2017
- YOUNG, Y. K.; BALAGARU, P. **Behavior of reinforced high-strength concrete corbels**. Journal Structural Engeneering. 1994
- YUN, Young Mook; CHAE, Hyun Soo. **An optimum indeterminate strut-and-tie model for reinforced concrete corbels**. Advances in Structural Engineering. 2019
- YUN, Young Mook; LEE, Youjong. **Strengths of Struts and Nodal Zones for Strut-and-Tie Model Design of Reinforced Concrete Corbels**. Civil Engineering Journal. 2021
- ZELLER, Wolfgang. **Conclusions from tests on Corbels**. IABSE reports Rapports AIPC IVBH Berichte. 1991
- ZHANG, L. X. B.; HSU, T. T. C. **Behavior and Analysis of 100 MPa Concrete Membrane Elements**. Journal of Structural Engineering..1998